UNIVERSALANORDNUNG

Karl-Heinz Wolff

(Fassung XII 2007)

Kurzfassung: Es wird eine abzählbare Anordnung von „Schubladen“ eingeführt. Jedem möglichen Objekt unseres Denkens, über welches gesprochen werden kann, also insbesondere auch jeder reellen Zahl zwischen Null und Eins, wird (mindestens) eine Schublade eindeutig zugeordnet. Es wird gezeigt, daß der Versuch, die Vollständigkeit dieser „Universalanordnung“ durch die Einführung einer Cantor'schen Diagonalzahl zu widerlegen, mißlingt. Die Universalanordnung selbst eignet sich nicht, konkrete Objekte unseres Denkens, insbesondere die reellen Zahlen zwischen Null und Eins, „aufzufinden“. Sie dient lediglich dazu zu zeigen, daß jeder Beweis der Existenz überabzählbarer Mengen, der in der Einführung eines angeblich in der Universalanordnung nicht enthaltenen Elementes, wie etwa eine Cantor'sche Diagonalzahl, besteht, zu einem Widerspruch bereits in der Definition dieses Elementes führt.

Stichworte: Cantor'sches Diagonalverfahren, Abzählbare Anordnung der reellen Zahlen, Kontinuumhypothese, Überabzählbarkeit, Cantor's diagonal process (Critic), continuum hypothesis, countable arrangement, uncountability

((1)) Ausgangspunkt der Überlegungen ist die Menge alles dessen, **worüber gesprochen werden kann.** Jeder Sprecher will ein Wissen **mit** jemandem **teilen,** er will etwas **mitteilen,** jemandem eine **Mitteilung** zukommen lassen. Bei solchen Mitteilungen beschränken wir uns - wie wir glauben ohne Beschränkung der Allgemeinheit - auf schriftliche Mitteilungen M. Solche können sowohl von einer Person P an eine andere gerichtet werden als auch von P für sich selbst zur Erinnerung gedacht sein.

((2)) Die zentrale Bedeutung der Sprache kommt bereits hier zum Ausdruck. Nur im Rahmen einer **Sprache**, im Rahmen von **Mitteilungen,** können Überlegungen angestellt, kann gedacht werden. Ein Sprechen über etwas außerhalb einer Sprache führt ebenso wie ein Denken außerhalb einer Sprache wie gezeigt werden wird zu einem Widerspruch.

((3)) Mitteilungen dienen zur Übermittlung von **Gedanken.** Der Autor PA möchte in dieser Arbeit mit seinem Leser PL **über alles Denkbare objektiv sprechen,** d.h. unabhängig von der persönlichen Meinung von PA und PL über den Inhalt von Mitteilungen M. Von Bedeutung ist für ihn lediglich, was sich eine Person beim Lesen der Mitteilung M denkt, **welches Objekt seines Denkens M für P beschreibt.**

((4)) Unter dem **Inhalt** einer Mitteilung M verstehen wir ganz allgemein den **Sinn**, den M für einen Leser P von M hat (Im allgemeinen wird P nicht mit PA oder mit PL dem Leser dieser Arbeit, identisch sein). Dieser Sinn hängt unter anderem von der Person P des Lesers und vom Zeitraum ΔT (Lesen ist nicht in einem Zeitpunkt möglich) des Lesens ab. Zunächst sollte P die Sprache, in der M abgefasst ist, verstehen. Von Bedeutung wird auch die Frage sein, ob die Mitteilung M für P in ΔT **eindeutig** ist. So kann etwa π als Buchstabe oder als Zahl, i als Buchstabe, als Zinsrate oder als $\sqrt{-1}$ usw. verstanden werden. Eine Mitteilung M kann aber auch **in sich widersprüchlich** sein, wie z.B. „die größte natürliche Zahl, kleiner als 3 und größer als 5“.

((5)) Welches **Denkobjekt** M für P in ΔT tatsächlich beschreibt, hängt unter anderem vom „Vorwissen“ von P in ΔT ab. Wir sprechen daher von Denkobjekten DO im weiteren **immer in Abhängigkeit von M, P und ΔT,** also von DO = DO(M,P,ΔT).

((6)) Weiters wollen wir uns nicht nur auf tatsächliche Lesevorgänge beschränken. DO = DO(M,P,ΔT) soll für uns auch jenes Denkobjekt bedeuten, welches M für P in ΔT beschrieben hätte, wenn P in ΔT die Mitteilung M tatsächlich gelesen hätte selbst wenn dies nicht der Fall war.. Wir betrachten also potentielle Lesevorgänge und damit **potentielle Denkobjekte DO(M,P,ΔT).** Der Sinn von M für den Autor PA spielt dabei keine Rolle, es sei denn im Falle PA = P. Das Gleiche gilt für den Sinn, den M für den Leser PL dieser Arbeit hat und der nur im Falle PL = P relevant wäre. Der Autor möchte nur aus seiner Sicht festhalten, was beim Lesen von Mitteilungen geschieht bzw. geschehen könnte. Von Interesse für ihn ist ausschließlich das (potentielle) Urteil von P darüber, welches Denkobjekt M in ΔT seiner Meinung nach beschreibt.

((7)) Mit der konsequenten Unterscheidung zwischen dem Autor PA, dem Leser PL und dem potentiellen Leser P soll der Sinn einer Mitteilung seiner ihm oft (nach Meinung von PA ungerechtfertigten) Objektivität entkleidet und auf seine Subjektivität zurechtgerückt werden. Hier seien als Analogon Botenstoffe angeführt, die Lebewesen Nachrichten übermitteln. Geruchsstoffe etwa, die Insekten Informationen übermitteln, können analysiert werden, ihre chemische Zusammensetzung kann ermittelt werden und ebenso ihre Wirkung auf ein Empfängerorgan. Niemals jedoch wird sich uns ein **Sinn** einer solchen Mitteilung in gleicher Weise erschließen wie der einer wie immer gearteten schriftlichen Mitteilung M. Trotzdem können wir ihre **Wirkung** beschreiben. Wenn wir nun annehmen, dass irgendwelche mit wie immer gestalteten Erkenntnisfähigkeiten ausgestatteten Entitäten ET schriftliche Mitteilungen M der obigen Art analysieren, können sie durch Beobachtung von Reaktionen allfälliger Personen P eine Wirkung von M auf P feststellen ohne dass von einem Sinn von M in Bezug auf sich – auf die Entität ET – gesprochen wird. ET gegenüber hat M keinen objektiven Sinn sondern nur einen subjektiven, eben bezogen auf das Subjekt P.

((8)) Die **Wahrheit einer Aussage** der Gestalt: „M beschreibt das Denkobjekt DO“ ist also **relativ** und zwar relativ zur M lesenden Person P und zum (potentiellen) Lesezeitraum ΔT. Auf die Frage, ob M das Denkobjekt DO beschreibt, hat P in ΔT mehrere Möglichkeiten einer Antwort:

- Er antwortet „ja“ und sagt (subjektiv) die Wahrheit.
- Er antwortet „nicht ja“ und sagt (subjektiv) die Wahrheit.
- Er antwortet „ja“ und lügt (subjektiv).
- Er antwortet „nicht ja“ und lügt (subjektiv).
- Er gibt keine dieser Antworten, aus welchen Gründen auch immer.

Gründe für das Fehlen einer Antwort können vielfältiger Natur sein. Etwa wenn P die Sprache, in der M abgefasst ist, nicht versteht, wenn er M mangels sonstigem „Vorwissen“ nicht versteht, wenn er bis zum Ende von ΔT nicht Zeit genug hatte M vollständig zu lesen, wenn er keine Antwort geben will, usw.

((9)) Für den Autor PA und für den Leser PL ergeben sich auch nur genau diese Möglichkeiten der (subjektiven) Beurteilung einer Mitteilung M. Eine **objektive** Beurteilung des Wahrheitsgehaltes solcher subjektiven Meinungen wäre nach Ansicht des Autors nur einem **arbiter mundi** möglich. Diese Feststellung könnte den Eindruck vermitteln, der Autor halte das (Platonische) Denkmodell der Existenz von vom Menschen unabhängigen Wahrheiten, einer vom Menschen unabhängigen Wissenschaft, für entbehrlich. Der Eindruck wäre richtig.

((10)) Die weitgehende Übereinstimmung der Menschen in ihren Urteilen, etwa über wissenschaftliche Aussagen wie mathematische Sätze, lässt sich unschwer **mit übereinstimmenden Erfahrungen bei der Durchführung von Experimenten** auch beim „Experiment“ des Zählens (vgl. Kronecker über die natürlichen Zahlen), erklären. Solche Übereinstimmungen gründen nach Ansicht des Autors vor allem im gleichartigen Aufbau des Menschen, in der Vererbung, usw. Sie sind also empirisch begründet und somit Urteile a posteriori.

((11)) Wir führen nun im Folgenden eine abzählbare Anordnung alles Denkbaren, aller potentiellen Denkobjekte DO, in einer **UNIVERSALANORDNUNG** ein. Dabei werden **alle potentiellen Denkobjekte DO = DO(M,P,ΔT)** aus ((5)) so abzählbar angeordnet, dass jedes DO eine **Ordnungszahl z = z[DO(M,P,ΔT)]** erhält**.** Der Reihe nach betrachten wir nun abzählbare Anordnungen aller möglichen Mitteilungen M, aller möglichen solche Mitteilungen lesenden Personen P und schließlich aller möglichen Lesezeiträume ΔT. Aus der Kombination dieser Anordnungen erhalten wir die gewünschte abzählbare Anordnung aller potentiellen Denkobjekte.

((12)) Zur abzählbaren Anordnung aller möglichen Mitteilungen M aus ((1)) beschränken wir uns - ohne Beschränkung der Allgemeinheit - auf endliche (aber unbegrenzte) quadratische Mitteilungen M, bestehend aus schwarzen Zeichen auf weißem Grund. Diese Mitteilungen setzen wir aus Elementarquadraten der Seitenlänge $\frac{1}{100}$ mm zusammen, die entweder weiß oder schwarz sind. Eine Mitteilung mit der Seitenlänge 10 cm besteht daher aus 10^8 Elementarquadraten. Jede schriftliche Mitteilung, gleichgültig in welcher Sprache sie abgefasst ist, kann in Form einer derartigen quadratischen Mitteilung dargestellt werden. Einem weißen Elementarquadrat ordnen wir dabei die Ziffer 1, einem schwarzen die Ziffer 2 zu. Eine Mitteilung M mit der Seitenlänge $\frac{n}{100}$ mm, bestehend aus n^2 Elementarquadraten wird dann durch die **endliche** Dezimalzahl $a(M) = 0{,}a_{11}a_{12}...a_{1n}a_{21}...a_{ik}...a_{nn}$ eindeutig gekennzeichnet, wenn a_{ik} die dem k^{ten} Elementarquadrat in der i^{ten} Zeile zugeordnete Ziffer (1 oder 2) ist. Alle Mitteilungen M werden nun nach der Größe von n in Gruppen und innerhalb jeder Gruppe nach der Größe von a(M) abzählbar angeordnet und es gilt offenbar $0 < a(M) < 1$.In dieser Anordnung stehe die Mitteilung M an μ^{ter} Stelle.

((13)) Zur abzählbaren Anordnung aller möglichen lesenden Personen P gehen wir davon aus, dass jede Person P während des (potentiellen) Lesevorganges ein Volumen im Raum einnehmen muss. Wir bilden nun Elementarwürfel der Seitenlänge $\frac{1}{100}$ mm. Durch geeignete Wahl eines Koordinatensystems können diese Elementarwürfel, die das ganze Universum überdecken, abzählbar angeordnet werden. In dieser Anordnung stehe der Elementarwürfel EW an ν^{ter} Stelle.

((14)) Zur abzählbaren Anordnung aller möglichen Lesezeiträume ΔT setzen wir – ohne Beschränkung der Allgemeinheit – voraus, dass es einen Zeitraum $\delta = \delta(\Delta T)$ der Länge $\frac{1}{100}$ Sek. am Ende von ΔT gibt, innerhalb dessen P seine Beurteilung von M nicht ändert. Der Lesezeitraum ΔT habe die Länge $\Lambda = \Lambda(\Delta T)$ und wir setzen – ohne Beschränkung der Allgemeinheit – voraus, Λ sei ein ganzzahliges Vielfaches von $\frac{1}{100}$ Sek. Wir bilden nun Lesezeitelemente LZE = LZE[$\delta(\Delta T),\Lambda(\Delta T)$], bestehend aus allen möglichen Kombinationen von (abzählbaren) Zeitpunkten δ mit (abzählbaren) Lesedauern Λ. Alle möglichen LZE werden nun nach der Lage von δ auf der Zeitachse in Gruppen und innerhalb jeder Gruppe nach der Länge von Λ abzählbar angeordnet. In dieser Anordnung stehe das Lesezeitelement LZE an der Stelle λ.

((15)) Weiters ordnen wir alle möglichen Lesevorgänge abzählbar an und zwar durch eine Kombination der Anordnungen aus ((13)) und aus ((14)). Jeder potentielle Lesevorgang erfordert einen potentiellen Leser P und einen potentiellen Lesezeitraum ΔT. Zur abzählbaren Anordnung aller möglichen Lesevorgänge bilden wir daher Raum-Zeit-Elemente RZE als Kombination der Elementarwürfel EW aus ((13)) mit den Lesezeiträumen ΔT aus ((14)). Jedes Raum-Zeit-Element ist also durch einen Elementarwürfel und durch einen zugehörigen Lesezeitraum definiert: RZE = RZE(EW,ΔT). Die abzählbare Anordnung aller EW ermöglicht die abzählbare Anordnung aller potentiellen Leser P und weiter zusammen mit der abzählbaren Anordnung aller möglichen Lesezeiträume ΔT die gewünschte abzählbare Anordnung aller RZE und damit aller potentiellen Lesevorgänge. Der potentielle Lesevorgang RZE stehe in dieser Anordnung an der Stelle N = N(RZE) = = N(EW,ΔT) = N(P,ΔT).

((16)) Die **UNIVERSALANORDNUNG,** also die abzählbare Anordnung alles Denkbaren, aller möglichen Denkobjekte, besteht nun in einer Kombination aller möglichen Mitteilungen M aus ((12)) mit allen möglichen Lesevorgängen RZE aus ((15)). **Ausgangspunkt ist die Frage, welches Denkobjekt DO = DO(M,P,ΔT) für die Person P die Mitteilung M im Lesezeitraum ΔT beschreibt. Diesem Denkobjekt wird die endliche Dezimalzahl z = z(M,P,ΔT) = N(P,ΔT) + a(M) zugeordnet.** Die Frage nach dem beschriebenen Denkobjekt richtet sich allerdings an die Person P und eine allfällige Antwort ist unter Berücksichtigung der Einschränkung aus ((8)) zu beurteilen. Wir sagen: **Dem Denkobjekt DO = DO(M,P,ΔT) wird die Dezimalzahl z = z(M,P,ΔT) als Ordnungszahl genau dann zugeordnet, wenn P am Ende des Lesezeitraumes ΔT bejaht bzw. bejahte, dass die Mitteilung M dieses Denkobjekt eindeutig und widerspruchsfrei beschreibt.** Im gegenteiligen Fall ordnen wir die Dezimalzahl z der **Negation eines Denkobjektes, NDO,** zu. Damit ist **jede** Dezimalzahl z entweder einem Denkobjekt DO = DO(M,P,ΔT) oder der Negation eines Denkobjektes NDO zugeordnet.

((17)) Die **UNIVERSALANORDNUNG** kann als **SCHUBLADENKASTEN** gedacht werden. Zu jeder Dezimalzahl z = z(M,P,ΔT) aus ((16)), gehört eine Schublade. Diese enthält genau dann ein Denkobjekt DO(M,P,ΔT), wenn P im Zeitraum ΔT bejaht (oder, falls er die Mitteilung vollständig gelesen hätte, bejahte), dass M für ihn DO(M,P,ΔT) eindeutig und widerspruchsfrei beschreibt. Im gegenteiligen Fall enthält die Schublade NDO als Ersatz für das fehlende Denkobjekt.

((18)) Hierzu noch folgende Bemerkungen: Im Allgemeinen wird der Sinn einer Mitteilung M nicht verändert, wenn M in einem gewissen Rahmen vergrößert oder verkleinert wird bzw. wenn M in eine beliebig große weiße quadratische Fläche eingefügt wird. Es gibt daher unendlich viele Mitteilungen M, die für P in ΔT das selbe Denkobjekt beschreiben können. In analoger Weise gibt es wegen des von P während des Lesevorganges eingenommenen Volumens im allgemeinen endlich viele Elementarwürfel EW für die der selbe mögliche Lesevorgang gemäß ((15)) beschrieben wird. In gleicher Weise gibt es auch verschiedene Lesezeiträume für die der selbe mögliche Lesevorgang gemäß ((15)) beschrieben wird. Jedes mögliche Denkobjekt ist daher in unendlich vielen Schubladen enthalten. Man kann aber unschwer jedem Denkobjekt eine einzige Schublade bevorzugt zuordnen indem man jene Schublade mit der kleinsten Ordnungszahl z auswählt.

((19)) Bisher haben wir stets von Personen P gesprochen, die Mitteilungen beurteilen. Unsere Überlegungen bleiben aber prinzipiell anwendbar, wenn wir die beurteilende Person P durch einen Computer PC ersetzen, der nach Eingabe der Mitteilung M als Ausgabe die Frage nach dem Objekt, das M beschreibt, beantwortet. Der fortschreitenden Verkleinerung des Volumens und Vergrößerung der Rechengeschwindigkeit von Computern könnte nötigenfalls durch entsprechende Verkleinerung der Elementarwürfel aus ((13)) und Verkleinerung des Mindestzeitraumes aus ((14)) Rechnung getragen werden. Ein Gleiches gilt übrigens auch bei der Betrachtung eines Lese- bzw. Beurteilungsvorganges in einem Hyperraum (mit mehr als vier Dimensionen), wie er etwa in einer Superstring-Theorie auftritt. Man wählt dann einfach entsprechende Elementarwürfel aus diesem Hyperraum, die ebenso abzählbar angeordnet werden können.

((20)) **Die UNIVERSALANORDNUNG kann nie vollständig bekannt sein.** Einer Person **P** sind grundsätzlich nur Schubladen mit Denkobjekten DO = DO(M,**P**,ΔT) zugänglich. Andere Schubladen kann **P** nicht öffnen. Zugang zu einem Denkobjekt ist **P** aber auch für „seine" Schubladen nur möglich, wenn er genügend Zeit zur Verfügung hatte, die in Rede stehende Mitteilung M vollständig zu lesen. Dies ist für Mitteilungen ab einer bestimmten Größe schon wegen der beschränkten Lebenszeit von **P** nicht mehr möglich

((21)) Mitteilungen welcher Größe sind überhaupt „lesbar"? Gehen wir von einem Buch mit 1000 Seiten zu je 1000 cm^2 aus, dann ist es durch 10^{12} Elementarquadrate darstellbar. Jenes Buch, in dem nur weiße Elementarquadrate vorkommen, kann sehr rasch durchgeblättert und „gelesen" werden. Ein Buch in sehr kleiner Schrift erfordert überdurchschnittlich viel Lesezeit. Wir können annehmen, dass man im Laufe eines Lebens im Durchschnitt sicher nur weniger als 10.000 solcher Bücher lesen kann. Jedes derartige Buch entspricht einer Mitteilung, bestehend aus 10^{16} Elementarquadraten, also einem Quadrat mit der Seitenlänge von einem Kilometer. Da jedes Elementarquadrat entweder weiß oder schwarz ist, gibt es „nur"

$$2^{10^{16}}$$

verschiedene Mitteilungen dieser Größe. Uns sind aber weit größere natürliche Zahlen zugänglich. Betrachten wir etwa die natürliche Zahl

$$\boldsymbol{Z} = 9\text{hoch}\{9\text{hoch}[9\text{hoch}(9\text{hoch}\{9\text{hoch}[9\text{hoch}(9\text{hoch}9)]\})]\},$$

dann ist ihr gegenüber die Anzahl aller „lesbaren" natürlichen Zahlen verschwindend klein u. zw. auch dann, wenn der Lesevorgang Computern übertragen wird. Der Grund, warum wir dennoch das Gefühl haben, alle natürlichen Zahlen seien uns wenigstens prinzipiell zugänglich, liegt einfach darin, dass ihr Bildungsgesetz leicht überschaubar ist, nämlich der Schritt von n nach n+1. Ähnliches gilt für andere unendliche Zahlenmengen, die abzählbar angeordnet werden können (z.B. die algebraischen Zahlen), deren Bildungsgesetz uns einfach erscheint.

((22)) Komplexer wird die Fragestellung, wenn wir Zahlen mit komplexeren Bildungsgesetzen betrachten. Transzendente Zahlen, wie etwa e oder π (man beachte, dass nahezu alle Leser diese Symbole in dem hier gegebenen Zusammenhang als Zahlen ansehen, obwohl beide in anderem Zusammenhang, z.B. als Buchstaben, andere Bedeutung haben können), lassen sich durch unendliche Summen oder auch verbal durch „Basis der natürlichen Logarithmen" bzw. „Fläche des Einheitskreises" beschreiben. Noch aufwendiger gestaltet sich die Beschreibung unendlicher Diagonalzahlen. Für sie ist eine vorherige abzählbare Anordnung von unendlich vielen Dezimalzahlen Voraussetzung.

((23)) Aber auch auf andere Weise lässt sich der Bereich von „Zahlen" ausweiten. Hierzu zwei Beispiele: Wir führen „ε-Zahlen z_ε" mit $\forall z:\{z_\varepsilon > z \wedge \forall z_1 > z: z_\varepsilon < z_1\}$ und „∞-Zahlen z_∞" mit $\forall z:\{z_\infty > \infty \wedge z_1 > z_2: z_{1\infty} > z_{2\infty}\}$ ein. Jede ε-Zahl z_ε ist also größer als ihre Ausgangszahl z aber kleiner als jede Zahl größer als z, und jede

∞-Zahl z_∞ ist größer als das als Zahl definierte ∞. Im Übrigen sind sowohl die ε-Zahlen als auch die ∞-Zahlen untereinander per Definitionem nach der Größe ihrer jeweiligen Ausgangszahl angeordnet. Mit der Einführung der ε-Zahlen kommt man in fatale Nähe des Begriffes der „unendlich benachbarten" Punkte. Die Differenz zwischen z und z_ε ist offenbar eine „unendlich kleine" Zahl. Auch für die Naturwissenschaften bringen die ε-Zahlen kaum einen Gewinn, sie lassen sich aber ebenso wie die ∞-Zahlen, die zu höheren Mächtigkeiten verwendbar erscheinen, widerspruchsfrei in ein System von Zahlen einfügen.

((24)) Entscheidend ist aber: **Alle diese Zahlen lassen sich deshalb abzählbar anordnen, weil alle möglichen auftretenden Definitionen und Bildungsgesetze durch endliche Mitteilungen beschrieben werden können.** Andernfalls gäbe es keinen endlichen Zeitraum ΔT, in dem eine Person P - abgesehen von Lügen, Irrtümern usw., die wir ja ausdrücklich nicht als unmöglich ausschließen, - feststellen könnte, welches Denkobjekt M für sie bedeutet. Die Universalanordnung enthält aber alle auf endlichen Mitteilungen M beruhenden Denkobjekte. Dies gilt insbesondere für alle Denkobjekte der Mathematik.

((25)) Dennoch ist es eine Tatsache, dass uns das in ((21)) angesprochene Gefühl der prinzipiellen Zugänglichkeit von Denkobjekten bei sehr komplexen Anordnungen, wie die Universalanordnung eine ist, verlässt. Diesem Gefühl zum Trotz formuliert der Autor PA den **Satz: Die Universalanordnung ist vollständig; jede Behauptung, es gäbe Denkobjekte, die in der Universalanordnung nicht enthalten sind, enthält einen Widerspruch.** Der Nachweis beruht darauf, dass jeder Kritiker PK dieses Satzes seine Kritik in Form einer Mitteilung M formulieren und in Raum und Zeit vorbringen muss. Es gibt für PK also ein DO = = DO(M,PK,ΔT), das für ihn durch M in ΔT beschrieben wird. Damit ist seine Kritik gemäß ((11)) ein Denkobjekt aus der Universalanordnung für welches gemäß ((17)) eine Schublade im Schubladenkasten reserviert ist. Seine Behauptung, eine solche Schublade fehle, führt also zu einem Widerspruch. Wir wollen dies an drei bekannten Beweisen für angeblich überabzählbare Mengen zeigen. Und zwar für:

- Die Menge der reellen Zahlen zwischen 0 und 1
- Die Menge der einstelligen ganzzahligen Funktionen
- Die Potenzmenge der Menge der natürlichen Zahlen

((26)) Ein Gegenbeweis jeder angeblich abzählbaren Anordnung R(01) aller reellen Zahlen r mit $0 < r < 1$ wird mit Hilfe einer sogenannten Diagonalzahl nach Cantor geführt. Steht $r_n = 0,r_{n1}r_{n2}...r_{nn}$ ..... an der n^{ten} Stelle dieser Anordnung dann ist die reelle Zahl $c = 0,c_1c_2...c_k.....$ mit $\forall$**k:** $\mathbf{c_k \neq r_{kk}}$ in R(01) nicht enthalten, weil sie sich von jedem $r_n \in$ R(01) in der n^{ten} Dezimalstelle unterscheidet. Die abweichenden Dezimalstellen liegen in der Matrix (ik) aller Dezimalstellen r_{ik} in der Diagonale. Wählt man jedoch eine Anordnung R(01) mit Hilfe der Universalanordnung dann führt der Versuch eines Gegenbeweises mit Hilfe einer Diagonalzahl c zu einem Widerspruch bereits in der Definition von c. Die den Gegenbeweis führende Person, der Kritiker der Vollständigkeit von R(01), sei PK. Die abzählbare Anordnung R(01) wird mit seiner Hilfe gestaltet. Dazu betrachten wir alle Denkobjekte DO = = DO(M,PK,ΔT) für die PK am Ende von ΔT bejaht bzw, bejahte, dass M eine reelle Zahl mit $0 < r < 1$ eindeutig und widerspruchsfrei beschreibt. Gemäß ((16))

wird diesen Denkobjekten je eine endliche Dezimalzahl z = z(M,PK,ΔT) zugeordnet. Wir ordnen nun alle diese nach Meinung von PK reellen Zahlen zwischen 0 und 1 nach der Größe von z(M,PK,ΔT) untereinender zeilenweise an und nennen die Anordnung R(01). Natürlich wird, wie bereits in ((18)) bemerkt, jede reelle Zahl in dieser Anordnung unendlich oft auftreten. Dies beeinflusst aber nicht die Vollständigkeit der Anordnung. Es sei bemerkt, dass der Autor PA sich jeder Einmischung in die von PK getroffene Auswahl der reellen Zahlen zwischen 0 und 1 enthält. Der Autor PA bildet nun eine Mitteilung MK, welche das vom Kritiker PK angegebene Bildungsgesetz der angeblich in R(01) nicht enthaltenen reellen Zahl r mit 0 < r < 1, die Diagonalzahl, sie sei d, enthält. Insbesondere also die Forderung $\forall$**k: $d_k \neq r_{kk}$.** Diesem Denkobjekt d ist – wie oben dargelegt – die endliche Dezimalzahl z = z(MK,PK,ΔT) zugeordnet. Da die reellen Zahlen r wie oben dargelegt nach der Größe von z(M,PK,ΔT) zeilenweise anzuordnen sind ist auch für z = z(MK,PK,ΔT) eine Zeile reserviert. Dies sei die Zeile m. Die Diagonalzahl $d = 0{,}d_1d_2...d_k.....$ steht also in der m^{ten} Zeile und es gilt daher $d = r_m$. Daraus folgt aber **$d_m = r_{mm}$** im Widerspruch zu $\forall$**k: $d_k \neq r_{kk}$.** Der Widerspruch beruht letzten Endes darauf, dass PK für jede Mitteilung, von der er behauptet, sie beschreibe eine reelle Zahl zwischen 0 und 1 eindeutig und widerspruchsfrei, eine Zeile in R(01) reserviert aber dann für eine Mitteilung MK, von der er ebenfalls behauptet, sie beschreibe eine reelle Zahl zwischen 0 und 1, keine Zeile zur Verfügung gestellt sieht. Für den Autor PA (und für alle Leser PL, die diesen Widerspruch als solchen erkennen) ist daher der Versuch von PK, durch die Einführung einer Cantor'schen Diagonalzahl die Unvollständigkeit der Menge der reellen Zahlen zwischen 0 und 1 aus R(01) zu beweisen, misslungen.

((27)) Ein Gegenbeweis gegen jede angeblich abzählbaren Anordnung $A = \{F_n(x)\}$, der Menge einstelliger ganzzahliger Funktionen, wird mit Hilfe der einstelligen ganzzahligen Funktion FK(x) mit $\forall n: FK(n) = F_n(n) + 1$ geführt. Das bedeutet $\forall n: FK(x) \neq F_n(x)$ woraus für den Kritiker PK die Unvollständigkeit von A folgt. Der Autor PA wählt nun eine auf der Universalanordnung beruhende Anordnung A einstelliger ganzzahliger Funktionen folgendermaßen: Er betrachtet alle Kombinationen (M,PK,ΔT), für die PK am Ende von ΔT bejaht bzw. bejahte, dass M eine einstellige ganzzahlige Funktion eindeutig und widerspruchsfrei beschreibt. Für jede dieser Kombinationen ist also das Denkobjekt DO = DO(M,PK,ΔT) eine einstellige ganzzahlige Funktion. Die ihm gemäß ((16)) zugeordnete endliche Dezimalzahl ist z = z(M,PK,ΔT). Wir ordnen nun alle nach Meinung von PK einstelligen ganzzahligen Funktionen nach der Größe von z(M,PK,ΔT) an und nennen die Anordnung A. Wieder wird gemäß ((18)) jede einstellige ganzzahlige Funktion in dieser Anordnung unendlich oft vorkommen. Der Autor PA bildet nun eine Mitteilung MK, welche das vom Kritiker PK angegebene Bildungsgesetz der angeblich in A nicht enthaltenen einstelligen ganzzahligen Funktion, wir nennen sie FK(x), enthält. Insbesondere also die Forderung $\forall$**n: $FK(x) \neq F_n(x)$.** Diesem Denkobjekt FK(x) ist die endliche Dezimalzahl z = z(MK,PK,ΔT) zugeordnet. Da die einstelligen ganzzahligen Funktionen in A nach der Größe von z(M,PK,ΔT) anzuordnen sind ist auch für FK(x) in A ein Platz reserviert. FK(x) stehe in A an m^{ter} Stelle. Nach der von PA gegebenen Definition von A gilt daher **$FK(x) = F_m(x) \in A$** im Widerspruch zu $\forall$**n: $FK(x) \neq F_n(x)$.** Für den Autor PA (und für alle Leser PL, die diesen Widerspruch als solchen erkennen) ist daher der Versuch von PK, die Unvollständigkeit von A als Menge aller einstelligen ganzzahligen Funktionen zu beweisen, misslungen.

((28)) Ein Gegenbeweis gegen jede angeblich abzählbare Anordnung der Potenzmenge der Menge der natürlichen Zahlen wird folgendermaßen geführt: Der Autor ordnet alle Mengen natürlicher Zahlen entsprechend ihrem Platz als Denkobjekte in der Universalanordnung in einer Folge $\{M_n\}$ an. Um Verwechslungen mit Mitteilungen M vorzubeugen werden Mengen M_n mit kursivem M bezeichnet. Der Kritiker PK wendet ein, die Menge $\mathfrak{M} = \{n \mid n \notin M_n\}$ sei nicht in $\{M_n\}$ enthalten. Es handelt sich bei $\mathfrak{M}$ um die Menge aller jener natürlichen Zahlen n, die nicht in jener Menge M_n der Folge enthalten sind, die an n^{ter} Stelle steht. Laut Kritiker gelte also $\mathfrak{M} \notin \{M_n\}$. Der Autor PA bildet nun eine Mitteilung MK, welche die Vorschrift zur Bildung der Folge $\{M_n\}$ und die Vorschrift zur Bildung der darauf beruhenden, von PK als in $\{M_n\}$ fehlend behaupteten Menge $\mathfrak{M}$ enthält. Es gibt dann sicher einen Zeitraum ΔT, an dessen Ende PK bejaht bzw. bejahte, MK beschreibe die Menge $\mathfrak{M}$ natürlicher Zahlen eindeutig und widerspruchsfrei. Daraus folgt aber, das Denkobjekt DO = DO(MK,PK,ΔT) aus der Universalanordnung beschreibt eine Menge natürlicher Zahlen. In der vom Autor angeordneten Folge $\{M_n\}$ aller Mengen natürliche Zahlen kommt ihr entsprechend ihrem Platz als Denkobjekt in der Universalanordnung eine Stelle zu. Nach der von PA gegebenen Definition von $\{M_n\}$ gilt daher $\mathfrak{M} \in \{M_n\}$ Im Widerspruch zu $\mathfrak{M} \notin \{M_n\}$. Für den Autor PA (und für alle Leser PL, die diesen Widerspruch als solchen erkennen) ist daher der Versuch von PK, die Unvollständigkeit von $\{M_n\}$ als Folge aller Mengen natürlicher Zahlen zu beweisen, misslungen.

((29)) Jeder Versuch, den Bereich der Universalanordnung zu verlassen gleicht dem Versuch Münchhausens, sich selbst an seinem Zopf aus dem Sumpf zu ziehen. Er führt notwendig zu Widersprüchen der Gestalt: “**Ich betrachte die Menge alles dessen, worüber gesprochen werden kann, und spreche dann von etwas außerhalb dieser Menge“.** Das Sprechen über die Existenz von Denkobjekten außerhalb der Universalanordnung enthält stets Widersprüche. Dies legt folgende Beschreibung der „Welt“ nahe: **Die Welt ist alles, worüber gesprochen werden kann.**

((30)) Setzt man mit Plato (nicht aber mit Sokrates!) die **Existenz objektiver Wahrheiten voraus**, wie dies tatsächlich die meisten Personen tun, dann führt dies zu einer starken **Vereinfachung der Universalordnung.** Eine Mitteilung M ist dann in jedem Zeitpunkt entweder **wahr** oder sie ist **nicht wahr** („nicht wahr“ bedeutet aber nicht, dass M falsch sein muss. M kann z.B. auch sinnlos sein). Dann gilt offenbar $\forall$(M,P,ΔT): DO(M,P,ΔT) = DO(M). Zur Anordnung alles Denkbaren genügt die Anordnung aller Mitteilungen M gemäß ((12)). Jedem Denkobjekt DO(M) wird die endliche Dezimalzahl z = a(M) gemäß ((16)) zugeordnet. Die für die Herstellung der Widersprüche herangezogenen „kritischen“ Denkobjekte aus ((26)), ((27)) und ((28)) sind dann nicht nur für PA und für jeden mit ihm übereinstimmenden PL in sich widersprüchlich, sondern der von PK jeweils versuchte Beweis der Unvollständigkeit der jeweiligen Anordnung ist **objektiv misslungen.**