ANTI-CANTOR-ANORDNUNG

(Karl-Heinz Wolff, Wien)

Π: = (2, 3, ... π_i , ...) = Folge aller der Größe nach angeordneten Primzahlen.
α_i , (i = 1, 2, ... ω), sind zugelassene Schriftzeichen, beispielsweise Buchstaben, Ziffern, Symbole, das Spatium, usw. in verschiedenen Schriftarten, wie Latein, Griechisch, Gotisch, mager, fett, kursiv usw. auf der Zeile, höher- oder tiefergestellt usw.
Ω: = {α_1, α_2, ... α_Φ} = Menge aller zugelassenen Schriftzeichen. Es kann sich z.B. um alle in einer Druckerei zur Verfügung stehenden Zeichen handeln.
^{L}ZF: = α_{i1}, α_{i2}, ... α_{iL} ist eine Zeichenfolge der Länge L, bestehend aus L angeordneten Schriftzeichen $\alpha_k \in \Omega$ mit k = i_1, i_2, ... i_L.
E(ZF) bedeute, das Element E werde durch die Zeichenfolge ZF eindeutig und widerspruchsfrei beschrieben.

Abzählbare Anordnung aller Zeichenfolgen in einer Folge *ZFA*:

$$\Pi: = \pi_{k1}^{\,i1} \bullet \pi_{k2}^{\,i2} \bullet \ldots \bullet \pi_{kL}^{\,iL} \wedge (\pi_{ki} \in \Pi) \wedge (k_i < k_{i+1}) \Rightarrow ZF^{(\Pi)}: = \alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \ldots \alpha_{iL} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Pi(ZF^{(\Pi)}) = \pi_1^{\,i1} \bullet \pi_2^{\,i2} \bullet \ldots \bullet \pi_L^{\,iL}$$

$$ZFA: = \big(ZF_i \mid \forall ZF: \exists(i|ZF = ZF_i),\ \Pi(ZF_1) = 2,\ \forall i: \Pi(ZF_i) < \Pi(ZF_{i+1})\big)$$

Abzählbare Anordnung aller reellen Zahlen zwischen 0 und 1 in einer Folge *RA(0,1):*

$$\Pi(E): = \min_{E(ZF)} \Pi(ZF)$$

$$RA(0,1): = \big(r_n|r_n \in R,\ 0 < r_n < 1,\ \forall n\big(ZF|\ r_n = r_n(ZF)\big): \exists\big(i(n)|\ r_n = r_n(ZF_{i(n)})\big),$$
$$\nu < \mu \Leftrightarrow i(\nu) < i(\mu)\big) \wedge r_n = r_{n1}r_{n2} \ldots r_{nn} \ldots$$

Einwand (EC) nach Cantor:

$$(EC): = \exists c \in \{c|0<c<1,\ c \in R,\ c = 0,c_1c_2 \ldots c_n \ldots,\ \forall n: c_n \neq r_{nn}\} \Rightarrow \forall n: c \neq r_n \Rightarrow$$
$$\Rightarrow c \notin RA(0,1)$$

Gegeneinwand

$$\exists(EC) \Rightarrow \exists\{k|ZF_k \in ZFA,\ c = c(ZF_k)\} \neq \{\Theta\} \Rightarrow \exists n: c = r_n \in RA(0,1) \Rightarrow W!$$

Ergänzung Jänner 2013:

Cantor übersieht den Unterschied zwischen *potentiell* Unendlich und *actual* Unendlich. In seiner Argumentation behandelt er nämlich die Diagonalzahl c so, als ob ihre sämtlichen Dezimalstellen bereits *actual* zur Verfügung stünden. Sie stehen aber genauso wie die der Diagonalzahl zugrunde gelegte Anordnung der Dezimalzahlen zwischen 0 und 1 nur *potentiell* in ihrer Gesamtheit zur Verfügung, so dass aus ihnen in keinem Zeitpunkt ein c als reelle Zahl tatsächlich vollständig gebildet werden könnte.

Die Feststellung, eine Menge habe die Mächtigkeit der Menge der natürlichen Zahlen löst auch noch nicht das Problem, eine solche Menge tatsächlich abzählbar anzuordnen. Der Autor verwendet daher statt des widersprüchlichen Begriffes "Überabzählbare Menge" lieber den Begriff "Nicht abzählbar anordenbare Menge".

Nicht zuletzt die immer engere Fokussierung von Forschungsarbeiten lässt es unwahrscheinlich erscheinen, dass je jemand sich ernsthaft mit den hier zugrunde gelegten Überlegungen zum ersten Hilbert-Problem auseinandersetzen wird. Viel wahrscheinlicher ist es, dass dessen Lösung irgend einmal unabhängig von den hier vorgelegten Untersuchungen gefunden werden wird.