SEMINARARBEIT

Gewinnmaximierung mithilfe des Nash-Gleichgewichts in Bezug auf Klimaveränderungen

ausgeführt am

Institut für
Analysis und Scientific Computing
TU Wien

unter der Anleitung von

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Stefan Gerhold

durch

Magdalena Steiner
Matrikelnummer: 11911121
Adolfstorgasse 1/1/8
1130 Wien

Magdalena Steiner

Wien, am 22. Februar 2022

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Die Klimakrise ist ein heiß diskutiertes Thema. Der Ausstoß von CO2 steigt weiter an, Gletscher schmelzen und eine Verstärkung der Naturkatastrophen ist zu beobachten.
Doch wer ist überhaupt für diese Krise verantwortlich? Weltweit sind lediglich 100 Konzerne für über 70 Prozent der CO2 Emissionen verantwortlich. Vor allem zur Energiegewinnung werden Treibhausgase in die Luft geblasen.[4] Doch warum steigen diese Firmen nicht auf umweltfreundlichere Technologien um? Und wie kann man die Wahl der Technologie und den damit verbundenen erwarteten Gewinn modellieren?
Die folgende Seminararbeit behandelt das Cournot-Nash Gleichgewicht in Bezug auf Klimaveränderungen. Grundlage für diese Arbeit ist das Paper "Climate Change Adaption under Heterogenous Beliefs" von Marcel Nutz und Florian Stebegg, das am 20. Jänner 2021 veröffentlicht wurde.[1] Dieses stellt auch die Hauptquelle der gesamten Arbeit dar und wird daher nicht jedes Mal explizit zitiert. Andere Quellen werden eindeutig gekennzeichnet.
Grundsätzlich wird in dieser Arbeit folgende Situation betrachtet. Eine beliebige Anzahl n an Firmen muss sich für eine Technologie und eine Produktionszahl entscheiden. Jede Firma hat dabei aber andere Vermutungen wie stark ihr CO2 Ausstoß die Temperatur verändert und wie hoch CO2 Steuern in Zukunft sein werden. Während manche den CO2 Ausstoß als treibenden Faktor des Klimawandels sehen, sind andere Firmen eher skeptisch. Jede Firma möchte nun ihren erwarteten Gewinn maximieren. Hier kommt das Cournot-Nash Gleichgewicht ins Spiel.
Das erste Kapitel handelt vom Cournot-Nash Gleichgewicht und wie dieses definiert ist. Diese allgemeine Definition und Form, wird dann an unsere spezielle Situation angepasst. Die Fragestellung lautet also, wie ein Gleichgewicht der Produktionszahl und Klimatechnologie überhaupt definiert werden kann und welche Parameter dafür notwendig sind. Im nächsten Kapitel kann dann die Frage gestellt werden, was das konkret für das Gleichgewicht zwischen zwei, aber auch n Firmen, bedeutet. Dabei wird deutlich werden, dass einige Parameter von den Ansichten einer oder sogar mehrerer Firmen abhängt. Wie sich kleine Änderungen der Meinung einer Firma auf das Gleichgewicht auswirken wird im anschließenden Kapitel herausgefiltert. Zu guter Letzt, wird noch eine Wiederholung dieses Spiels durchgeführt und untersucht wie sich der Grenzwert der gesamten CO2 Emissionen verhält.

1 Cournot Nash Gleichgewicht

1.1 Grundlagen des Nash-Gleichgewichts

Um das Modell in unserer speziellen Situation betrachten zu können, müssen wir zunächst die allgemeinen Voraussetzungen und die Funktionsweise des Cournot-Nash Gleichgewichts untersuchen.
Wir benötigen für unser Modell mehrere Anbieter von denen jeder mit seinen Entscheidungen einen gewissen Einfluss auf das Marktgeschehen und damit auch auf die anderen Firmen hat. Jeder Anbieter steht demnach vor einem komplexen Entscheidungsproblem. Denn jede Firma möchte ihren erwarteten Gewinn maximieren und kann über die eigene Produktionsmenge und Technologie lediglich entscheiden, indem sie Vermutungen über die Entscheidungen anderer Firmen trifft. Als Nash-Gleichgewicht bezeichnet man dann die Strategie der gesamten Wirtschaft, sodass es für jede Firma keine bessere Strategie gäbe. Jede mit dieser also den größtmöglichen erwarteten Gewinn erhält. [2]

Wir verwenden im folgendem diese Idee eines Gleichgewichts mit speziellen Voraussetzungen. Dafür ist es zunächst notwendig einige wichtige Parameter zu definieren und die Bedeutung dieser deutlich zu machen.

1.2 Einfluss des CO2 Ausstoßes auf die Temperatur

Da Firmen immer eine Abwägung zwischen umweltfreundlicher und umweltschädlicher Technologie treffen müssen und etwa Erhöhungen einer CO2 Steuer mit einer Erhöhung der Temperatur zusammenhängen, ist es zunächst wichtig die Frage zu stellen welchen Einfluss eine Erhöhung des CO2 Ausstoßes auf das Klima hat. Dazu gibt es unterschiedliche Untersuchungen, die zu teils großen Unterschieden führen.
Dies liegt vor allem daran, dass Klima- und Temperaturveränderungen schon die gesamte Erdgeschichte begleiten und daher nicht ausschließlich der CO2 Ausstoß als Ursache herangezogen werden kann. Dass jedoch die Erhöhung des CO2 Ausstoßes Einfluss auf die Erhöhung der durchschnittlichen Oberflächentemperatur hat, ist mittlerweile erwiesen. Es handelt sich also um einen zusätzlichen Faktor der das Klima beeinflusst. [3]

Um ein einfaches und leicht adaptierbares Modell zu erhalten, nehmen wir in folgender Arbeit einen proportionalen Zusammenhang zwischen Temperaturanstieg und CO2 Ausstoß an. Wir bezeichnen mit $\mathbf{T}$, den absoluten Anstieg der Temperatur in einem Zeitintervall und mit $\mathbf{K}$ den kompletten CO2 Ausstoß in diesem Intervall. Als Proportionalitätsfaktor verwenden wir $\boldsymbol{\alpha}$. Es gilt also $T = \alpha K$.

Der Parameter α wird im folgenden noch sehr wichtig sein, da er den Temperaturanstieg bezeichnet, der zum Zeitpunkt einer Verdoppelung der CO2 Emissionen auftritt. Also den Zusammenhang zwischen Erhöhung des CO2s und Temperaturanstieg deutlich macht. Dieser Parameter wird "transient climate response"genannt und im folgenden Text mit TCRE abgekürzt. Der tatsächliche Wert von α ist nach momentanem Wissensstand noch sehr unsicher und unterschiedliche Modelle liefern eine Vielzahl an Werten, die dafür plausibel wären.
Da α ein unsicherer Wert ist, ist es naheliegend, dass dies der Faktor für die unterschiedlichen Ansichten der einzelnen Firmen sein wird. Firmen versuchen also in unserem Modell, den wahren Wert der TCRE herauszufinden und wählen nach eigenem Ermessen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung dafür, die sie als sinnvoll erachten. Um zu verstehen wofür dieser Faktor α notwendig ist, muss man sich die Frage stellen wieso Firmen überhaupt am Wert der TCRE interessiert sind. Firmen möchten grundsätzlich ihren erwarteten Gewinn maximieren. Damit diese also in umweltfreundliche Technologien investieren, müssen etwa Regelungen wie die CO2 Steuer sehr hoch sein, damit die Investition gewinnbringend ist. Wie stark Steuern jedoch steigen werden, ist den Firmen unbekannt. Auch hier fließt die TCRE ein und wir können die Steuer pro Produktionseinheit anschreiben als $bT\alpha r$. Dabei bezeichnet αr den Temperaturanstieg der durch die Produktion entstanden ist. Der Faktor r steht dabei für die Technologiewahl. bT bedeutet, dass die Steuerrate proportional zum gesamten Temperaturanstieg ist. b ist also ein Proportionalitätsfaktor.
Grundsätzlich gilt $r \in [0, 1]$. Dabei bezeichnet $r = 1$ eine Produktion mit konventioneller, also umweltschädlicher Technologie und $r = 0$ eine Produktion die ausschließlich umweltfreundliche Technologie verwendet und daher absolut kein CO2 ausstößt. Ein Wert $r \in (0, 1)$ bedeutet eine Mischung von konventioneller und umweltfreundlicher Technologie.

Die oben definierten Faktoren α, K, T, r und die Steuerrate sind in weiterer Folge wichtig um ein Gleichgewicht definieren und untersuchen zu können.

1.3 Das Gleichgewicht

Für die Untersuchung des Gleichgewichts, betrachten wir n Firmen und definieren $I := \{1, ..., n\}$ als die Indexmenge der Firmen. Jede Firma wählt eine Technologie $r_i \in [0, 1]$ und eine Produktionszahl $q_i \in \mathbb{R}^+$. Der zugehörige CO2 Ausstoß von Firma i kann dann mit $k_i = r_i q_i$ angeschrieben werden. Dabei bedeutet $r = 1$, dass eine Einheit CO2 pro Produktionseinheit ausgestoßen wird. Nach dieser Voraussetzung werden die Einheiten passend gewählt. Für den Grenzfall $q_i = 0$ verwenden wir, dass auch $r_i = 0$ ist.
An dieser Stelle wird eine intuitive Farbkodierung eingeführt, um das Verständnis in der folgenden Arbeit zu erleichtern und besser veranschaulichen zu können.

Eine Firma heißt...

...weiß $:\Leftrightarrow q_i = 0$

...grün $:\Leftrightarrow r_i = 0 \wedge q_i > 0$

...orange $:\Leftrightarrow r_i \in (0,1) \wedge q_i > 0$

...rot $:\Leftrightarrow r_i = 1 \wedge q_i > 0$

Es könnte nun in diesem System auch noch CO2 Emissionen geben, die nicht durch die betrachteten Firmen verursacht werden. Beispielsweise durch Vulkanausbrüche oder andere Firmen die nicht betrachtet werden. Dieser Faktor wird als exogener CO2 Ausstoß bezeichnet und erhält die Abkürzung K_{ex}.
Mit den Definitionen dieser Faktoren, können wir nun den kompletten CO2 Ausstoß sowie die gesamte Produktionszahl anschreiben mit

$$K = K_{ex} + \sum_{j=1}^{n} r_j q_j \qquad Q = \sum_{j=1}^{n} q_j.$$

Um später die optimale Wahl einer Firma i berechnen zu können, benötigen wir außerdem die Informationen aller Firmen außer der betrachteten Firma i. Diese bezeichnen wir als

$$K_{-i} = K - k_i = K_{ex} + \sum_{j \neq i}^{n} r_j q_j \qquad Q_{-i} = Q - q_i = \sum_{j \neq i}^{n} q_j.$$

Der Preis den Konsumenten für das Produkt bezahlen, wird bestimmt durch die inverse Nachfragefunktion. Diese ist in unserem Fall die Ableitung der Nutzenfunktion $u : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$. Um die Einfachheit zu wahren, betrachten wir ausschließlich quadratische Nutzenfunktionen der Form

$$u(x) = -\frac{1}{2}(A - x)^2 \text{ für } x \in [0, A].$$

Ist $x > A$, dann setzen wir $u(x) = 0$. A ist dabei ein Parameter, der die maximale Nachfrage beschreibt. Die inverse Nachfragefunktion ist dann gegeben durch

$$u'(x) = (A - x)^+.$$

Eine weitere wichtige Voraussetzung ist, dass Konsumenten nicht aufgrund von Qualitätsunterschieden wählen können. Ein gutes Beispiel dafür wären Stromversorgungsfirmen. Der Verbraucher merkt dabei nicht ob er umweltfreundlich oder umweltschädlich gewonnenen Strom verwendet. Der einzige Grund für den Verbraucher sich für die eine Firma zu entscheiden und nicht für die andere, ist gegeben durch die unterschiedlichen Ansichten die Firmen bezüglich der CO2 Steuer haben. Dies ist deshalb relevant, da Firmen diese Steuern zahlen indem sie auf die Gesamtkosten der Konsumenten aufgeteilt werden. Die Einnahmen pro Produktionseinheit abzüglich der Steuern für Firma i können also angeschrieben werden als

$$p_i = u'(Q) - bT\alpha r_i.$$

Dabei bezeichnet α den deterministischen Wert der TCRE, also den Faktor der den tatsächlichen Zusammenhang angibt. $T = \alpha K$ beschreibt wie zuvor erklärt die absolute Temperaturveränderung. Da in weiterer Folge der erwartete Gewinn maximiert werden soll, ist es wichtig sich über die gesamten Produktionskosten Gedanken zu machen. Wir bezeichnen mit $c > 0$ die Produktionskosten, die pro produzierter Einheit mit konventioneller, also umweltschädlicher Technologie ($r = 1$) anfallen. Produziert eine Firma ausschließlich umweltfreundlich ($r = 0$), dann kommen pro produzierter Einheit noch Kosten im Wert von $d > 0$ hinzu. Für eine Technologiewahl $r \in (0, 1)$ werden diese Kosten d anteilsmäßig addiert. Insgesamt erhalten wir also für die Produktion von q Stück mit Technologie r folgenden Ausdruck

$$C(r, q) = [c + (1 - r)d]q.$$

Für den Gewinn π_i von Firma i, als Differenz zwischen Erträgen und Produktionskosten folgt dann

$$\begin{aligned}\pi_i(r_i, q_i) &= p_i q_i - C(q_i, r_i)\\ &= u'(Q)q_i - bT\alpha r_i q_i - [c + (1 - r_i)d]q_i.\end{aligned}$$

Nun wählt jede Firma i eine individuelle Wahrscheinlichkeitsverteilung für α und wir können den erwarteten Gewinn von Firma i unter der Ansicht von Firma i anschreiben mit

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_i[\pi_i(r_i, q_i)] &= \mathbb{E}_i[u'(Q)q_i - b\alpha T r_i q_i - [c + (1 - r_i)d]q_i]\\ &= \mathbb{E}_i[(A - q_i - Q_{-i})q_i - b\alpha^2(K_{-i} + k_i)r_i q_i - (c + d - dr_i)q_i]\\ &= (A - q_i - Q_{-i})q_i - b\mathbb{E}_i[\alpha^2](r_i q_i + K_{-i})r_i q_i - (c + d - dr_i)q_i.\end{aligned}$$

Wir definieren $\alpha_i^2 := \mathbb{E}_i[\alpha^2]$ als das zweite Moment von α unter der Ansicht von Firma i. Dieses zweite Moment ist in unserem Fall ausreichend, da das Gleichgewicht nur durch den Ausdruck des erwarteten Gewinns beeinflusst werden kann und in diesem lediglich das zweite Moment auftritt.

Um in weiterer Folge Aussagen über das Gleichgewicht und dessen Veränderungen geben zu können benötigen wir die Definition eines Nash-Gleichgewichts.

Definition 1.1 (Nash-Gleichgewicht)**.** *Eine Strategie* $(r_j, q_j)_{1 \leq j \leq n}$ *heißt Nash Gleichgewicht, mit* $K_{-i} = K_{ex} + \sum_{j \neq i} r_j q_j$ *und* $Q_{-i} = \sum_{j \neq i} q_j$ *gegeben*
$:\Leftrightarrow$ (r_i, q_i) *den erwarteten Gewinn für Firma i maximiert*

Um später kompaktere Formeln zu erhalten definieren wir weiters

$$\beta_i := b\alpha_i^2, \qquad a_i := \frac{d}{\beta_i}, \qquad z := A - c - d. \tag{1.1}$$

β_i wird definiert da α_i^2 im erwarteten Gewinn immer als Produkt mit b auftritt. a_i beschreibt einen Faktor, der für alle Firmen relevant ist, die nicht ausschließlich mit konventioneller Technologie produzieren, da diese immer zwischen Zusatzkosten d und Steuern abwägen müssen. z beschreibt die Differenz zwischen maximaler Nachfrage A und den Kosten $c + d$ pro Einheit mit emissionsfreier Technologie.
Die folgende Proposition gibt nun eine konkrete Aussage darüber welche Werte für q_i und r_i den erwarteten Gewinn der jeweiligen Farbe maximieren.

Proposition 1.1. *Seien* $A, c, d, \alpha_i^2 \geq 0$, $K_{-i} \geq 0$ *und* $0 \leq Q_{-i} \leq A$. *Definiere*

- $I_w := \{i : z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i}) \leq 0 \text{ und } Q_{-i} \geq z\}$
- $I_g := \{i : K_{-i} \geq a_i \text{ und } Q_{-i} < z\}$
- $I_o := \{i : K_{-i} < a_i \text{ und } Q_{-i} - K_{-i} < z - a_i\}$
- $I_r := \{i : z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i}) > 0 \text{ und } Q_{-i} - K_{-i} \geq z - a_i\}$,

dann gilt:

- *i ist weiß* $\Leftrightarrow i \in I_w$
- *i ist grün* $\Leftrightarrow i \in I_g$
- *i ist orange* $\Leftrightarrow i \in I_o$
- *i ist rot* $\Leftrightarrow i \in I_r$.

Dabei sind diese Mengen eine Partition von $\{1, ..., n\}$. *Die Farbe einer Firma ist eindeutig bestimmt und die optimale Wahl* $(r_i, q_i) \in [0, 1] \times [0, A - Q_{-i}]$ *für Firma i, mit gegebenem* K_{-i} *und* Q_{-i}, *existiert und lässt sich folgendermaßen bestimmen. Ist Firma i*

- *weiß, dann gilt* $q_i = 0$, $k_i = 0$ *und* $r_i = 0$
- *grün, dann gilt* $q_i = \frac{1}{2}(z - Q_{-i}) = z - Q$ *und* $k_i = 0$
- *orange, dann gilt* $q_i = \frac{1}{2}(z - Q_{-i}) = z - Q$, $k_i = \frac{1}{2}(a_i - K_{-i}) = a_i - K$ *und* $r_i = \frac{a_i - K_{-i}}{z - Q_{-i}} = \frac{a_i - K}{z - Q}$

- *rot, dann gilt* $q_i = k_i = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_i}[A - c - Q_{-i} - \beta_i K_{-i}] = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_i}[A - c - Q - \beta_i K]$

Dabei verwenden wir die Konvention, dass $r_i = 0$ *wenn* $q_i = 0$. *Weiters wird vorausgesetzt, dass* $k_i = r_i q_i$.

Beweis. Die Eigenschaft der Partition ergibt sich durch die unterschiedlichen Ungleichungen, die sich gegenseitig aufheben.
Im folgenden soll gezeigt werden, dass sich die optimale Wahl tatsächlich durch obige Ausdrücke berechnen lässt. Der erwartete Gewinn von Firma i für Wahl $(r, q) \in [0, 1] \times [0, A - Q_{-i}]$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_i[\pi_i(r, q)] &= (A - q - Q_{-i})q - b\alpha_i^2(rq + K_{-i})rq - (c + d - dr)q \\ &= (A - q - Q_{-i})q - b\alpha_i^2 k^2 - b\alpha_i^2 K_{-i}k - (c + d)q - dk.\end{aligned}$$

Diese Gleichheit folgt, da $q = kr$. Da die Funktion strikt konkav in $0 \leq k \leq q \leq A - Q_{-i}$ ist, gibt es ein eindeutiges Maximum. Dieses wollen wir ermitteln, da damit (q_i, r_i) gegeben ist, sodass der erwartete Gewinn von Firma i maximiert werden kann. Da $r_i = 0$ sobald $q_i = 0$ folgt, dass der erwartete Gewinn durch ein eindeutiges $(q_i, r_i) \in [0, 1] \times [0, A - Q_{-i}]$ maximiert wird. Da für $q \geq A - Q_{-i}$ der erwartete Gewinn strikt fallend ist, ist (r_i, q_i) sogar das eindeutige Maximum in $[0, 1] \times \mathbb{R}^+$. Wir schreiben zunächst den obigen Ausdruck für den Erwartungswert mithilfe der in 1.1 definierten Parameter um und erhalten

$$\mathbb{E}_i[\pi_i(r, q)] = [z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r]q - (1 + \beta_i r^2)q^2.$$

Sei nun $q \geq 0, 0 \leq r \leq 1$. Wir betrachten nun die einzelnen Fälle für Firmen und bestimmen die zugehörige optimale Wahl. Außerdem werden wir im Zuge dieser einzelnen Fälle auch beweisen, dass jede Farbe einer der oben definierten Mengen eindeutig zugeordnet ist.Wir setzen dabei zunächst $\alpha_i^2 > 0$ voraus.

1. Sei Firma i <u>weiß</u>. Wir nehmen also an, dass $q_i = 0$. Mit dieser Voraussetzung gilt
$$\mathbb{E}_i[\pi_i(r_i, q_i)] = [z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r_i]q_i - (1 + \beta_i r_i^2)q_i^2 = 0.$$
Damit ist der Wert von r irrelevant und es folgt
$$\mathbb{E}_i[\pi_i(r_i, q_i)] = \mathbb{E}_i[\pi_i(r, q_i)] \text{ für } r \in [0, 1].$$
Der erwartete Gewinn ist also konstant 0 und es folgt
$$\begin{aligned}0 \geq \frac{\partial \mathbb{E}_i[\pi_i(r, q)]}{\partial q}\Big|_{q=0} &= z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r - 2(1 + \beta_i r^2)q\Big|_{q=0} \\ &= z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r \qquad \forall r \in [0, 1].\end{aligned}$$

Dies muss gelten, da sonst (r_i, q_i) kein maximierender Vektor wäre. Insbesondere muss die obige Gleichung für $r = 0$ und $r = 1$ erfüllt sein, da der Wert von r irrelevant ist. Damit erhalten wir die Eigenschaften

$$z - Q_{-i} \leq 0 \qquad z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i}) \leq 0.$$

Es gilt also $i \in I_w$. Mit der vorausgesetzten Konvention gilt $r_i = 0$ und daraus folgt direkt $k_i = 0$.

Wir nehmen in den folgenden Fällen $q_i > 0$ an. Dann ist q_i ein inneres Maximum und die erste Ableitung muss 0 ergeben. Also

$$\frac{\partial \mathbb{E}_i[\pi_i(r_i, q_i)]}{\partial q} = 0$$

Dies gilt für eine Funktion $q_i(r_i)$. Wir erhalten den folgenden Ausdruck dieser Funktion also, indem wir den erwarteten Gewinn nach q ableiten und Null setzen. Es gilt demnach

$$q_i(r) = \frac{1}{2}\frac{1}{1 + \beta_i r^2}[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r]. \tag{1.2}$$

Für ein $r \in [0, 1]$ erhält man mithilfe Einsetzen von 1.2 in die Formel des Erwartungswertes

$$\mathbb{E}_i[\pi_i(r, q_i(r))] = \frac{[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r]^2}{4(1 + \beta_i r^2)}.$$

Um ein Maximum zu erhalten muss außerdem die Ableitung nach r Null ergeben. Berechnen wir diese, so erhalten wir

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbb{E}_i[\pi_i(r, q_i(r))]}{\partial r} &= \frac{[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r]}{2(1 + \beta_i r^2)^2} \\ &\quad \cdot [\beta_i(a_i - K_{-i})(1 + \beta_i r^2) - (z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r)\beta_i r] \\ &= \frac{\beta_i[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r]}{2(1 + \beta_i r^2)^2}[a_i - K_{-i} - (z - Q_{-i})r].\end{aligned}$$

Wir betrachten nun die fehlenden Fälle mit $q_i > 0$.

2. Sei dafür zunächst i eine grüne Firma, also $r_i = 0$ und $q_i > 0$. Dann gilt $0 < q_i = q_i(0) = \frac{1}{2}(z - Q_{-i})$ und im speziellen $Q_{-i} < z$. Um zu überprüfen ob $i \in I_g$ verwenden wir zunächst, dass

$$0 \geq \frac{\partial \mathbb{E}_i[\pi_i(r, q_i(r))}{\partial r}\Big|_{r=0} = \frac{1}{2}(z - Q_{-i})\beta_i(a_i - K_{-i}),$$

da ein Maximum ermittelt werden soll. Damit gilt $a_i - K_{-i} \leq 0$, also $a_i \leq K_{-i}$ und es folgt $i \in I_g$

3. Im nächsten Fall betrachten wir eine orange Firma. Sei dafür $r_i \in (0,1)$ und $q_i > 0$, dann gilt mit 1.2
$$0 < q_i = q_i(r_i) = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_i r_i^2}[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r_i].$$
Damit gilt $[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r_i] > 0$ und einer der Terme $z - Q_{-i}$ oder $a_i - K_{-i}$ muss strikt positiv sein. Da nun
$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbb{E}_i[\pi_i(r_i, q_i(r_i))]}{\partial r} &= \frac{\beta_i[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})r_i]}{2(1+\beta_i r_i^2)^2}[a_i - K_{-i} - (z - Q_{-i})r_i] \\ &= 0\end{aligned}$$
gelten muss, folgt, dass beide Terme $a_i - K_{-i} = (z - Q_{-i})r_i$ strikt positiv sind. Damit folgt $r_i = \frac{a_i - K_{-i}}{z - Q_{-i}}$. Durch die Voraussetzung $r_i \in (0,1)$ muss außerdem gelten, dass $0 < a_i - K_{-i} < z - Q_{-i}$ und damit $i \in I_o$. Setzt man nun $a_i - K_{-i} = (z - Q_{-i})r_i$ in der ursprünglichen Formel von q_i, so erhält man als optimale Produktionszahl den Ausdruck
$$q_i = q_i(r_i) = \frac{1}{2}(z - Q_{-i}).$$
Für k_i folgt also
$$k_i = q_i \cdot r_i = \frac{1}{2}(z - Q_{-i})\frac{a_i - K_{-i}}{z - Q_{-i}} = \frac{1}{2}(a_i - K_{-i})$$

4. Für den letzten Fall nehmen wir an, dass Firma i rot ist. Es gilt also $r_i = 1$ und $q_i > 0$. Damit folgt erneut, dass $z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i}) > 0$ für $q_i(r)$. Weiters muss
$$0 \le \frac{\mathbb{E}_i[\pi_i(r, q_i(r))]}{\partial r}\Big|_{r=1} = \frac{\beta_i[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})]}{2(1+\beta_i)^2}(a_i - K_{-i} - z + Q_{-i})$$
gelten. Damit folgt $a_i - K_{-i} \ge z - Q_{-i}$ und $i \in I_r$. Für die Produktionszahl ergibt sich
$$q_i(1) = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_i}[z - Q_{-i} + \beta_i(a_i - K_{-i})] = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_i}[A - c - Q_{-i} - \beta_i K_{-i}].$$
Da $r_i = 1$ entspricht dies auch dem Ausdruck für k_i

Nun müssen wir noch den Grenzfall $\alpha_i^2 = 0$ betrachten. Der erwartete Gewinn ist dabei unabhängig von K_{-i} und es gibt daher einen Ansporn, $r_i < 1$ zu wählen. Nun

gilt entweder, dass $A - c \leq Q_{-i}$ und $q_i = 0$. Damit wäre i eine weiße Firma, also $i \in I_w$ oder $A - c > Q_{-i}$ und $q_i = \frac{1}{2}(A - c - Q_{-i}) > 0$, d.h. $i \in I_r$. Mit $\beta_i = 0, a_i = \infty$ und $\beta_i a_i = d$ sind die Voraussetzungen der Proposition erfüllt.
Die zweite Art diese optimale Wahl anzugeben folgt mithilfe der Eigenschaft, dass $Q = Q_{-i} + q_i$ und $K = K_{-i} + q_i r_i$. □

Wir haben nun also einerseits bewiesen, dass die obigen Ausdrücke für die optimale Wahl korrekt sind und andererseits, dass die Farbe eindeutig bestimmt ist. Abhängig davon welche Farbe eine Firma hat, befindet sich diese nämlich in genau einer der Mengen I_w, I_g, I_o, I_r. Die Eindeutigkeit folgt, da diese Mengen eine Partition von I bilden. Die Farbe einer Firma kann man nun also bestimmen, indem man die einzelnen Voraussetzungen der Mengen überprüft. Die Farbe ist demnach abhängig von den eigenen Ansichten α_i^2 sowie den Werten von Q_{-i} und K_{-i}. Da $Q = Q_{-i} + q_i$ und $K = K_{-i} + r_i q_i$ folgt außerdem

- $I_w = \{i : z - Q + \beta_i(a_i - K) \leq 0 \text{ und } Q \geq z\}$
- $I_g = \{i : K \geq a_i \text{ und } Q < z\}$
- $I_o = \{i : K < a_i \text{ und } Q - K < z - a_i\}$
- $I_r = \{i : z - Q + \beta_i(a_i - K) > 0 \text{ und } Q - K \geq z - a_i\}$

Nun wurde bewiesen wie die optimale Wahl berechnet werden kann. Um in weiterer Folge Gleichgewichte untersuchen zu können, müssen wir zunächst deren Eindeutigkeit und Existenz beweisen.

Satz 1.1. *Es gibt ein eindeutiges Gleichgewicht.*

Auch wenn dieser Satz sehr kurz und unspektakulär erscheint ist der Beweis davon sehr aufwendig.
Es wird daher nur die Beweisidee skizziert. Der genaue Beweis kann in Quelle [1] auf Seite 19 bis 21 nachgelesen werden.
Grundsätzlich muss dieser Satz in zwei Teilen bewiesen werden. Um die Existenz zu zeigen, verwendet man einen direkten Beweis. Dabei wird eine Firma i fixiert und mithilfe des Fixpunktsatzes von Brouwer bewiesen,dass es mindestens einen Fixpunkt gibt. Jeder Fixpunkte erfüllt dann die Gleichgewichtsvoraussetzungen.
Der Beweis der Eindeutigkeit ist um einiges komplexer und erfordert die Unterteilung in kleine Lemmata. Grundsätzlich gehen wir dabei davon aus, dass zwei Gleichgewichte existieren und zeigen, dass diese gleich sind.

2 Beispiele zum Cournot-Nash Gleichgewicht

In diesem Kapitel sollen unterschiedliche Gleichgewichte untersucht und berechnet werden. Dabei beschäftigt sich der erste Teil des Kapitels mit zwei Firmen um einen verständlichen Einstieg zu bieten. Die ersten beiden Fälle werden aktiv nachgerechnet, die anderen Gleichgewichte nur überprüft. Im zweiten Teil dieses Kapitels werden dann einzelne Fälle für n Firmen betrachtet.

2.1 2 Firmen

Wir betrachten in diesem Beispiel $n = 2$ Firmen für die das Gleichgewicht bestimmt werden soll. Um die Einfachheit zu wahren, gehen wir in diesem Kapitel davon aus, dass es keine weißen Firmen gibt und dass der exogene CO2 Ausstoß 0 beträgt.
In folgender Abbildung sind alle möglichen Gleichgewichte mit den gewünschten Eigenschaften zu sehen.
Mögliche Gleichgewichte bei zwei Firmen sind also

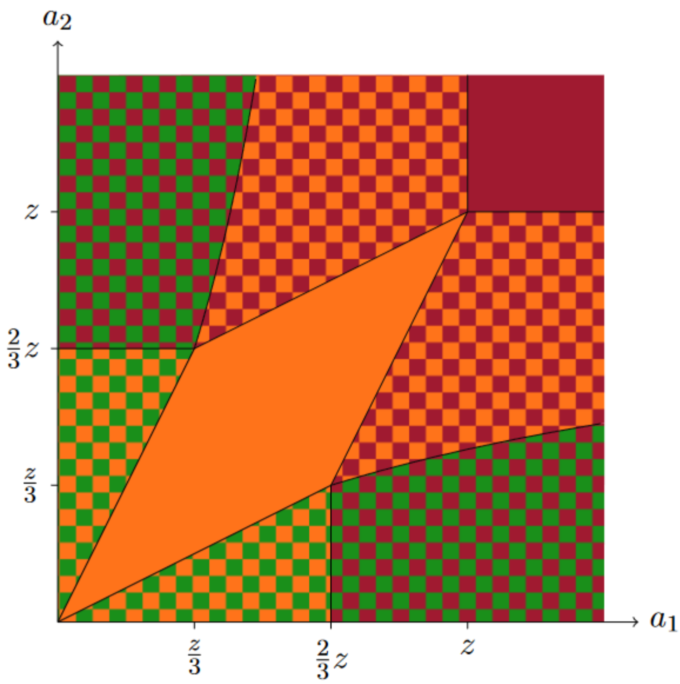

Abbildung 2.1: Gleichgewicht für zwei Firmen

1. Grün-Grün
2. Orange-Orange
3. Rot-Rot
4. Grün-Orange
5. Orange-Rot
6. Grün-Rot

Der Fall Grün-Grün ist dabei lediglich durch den Punkt $(0,0)$ gekennzeichnet. Grundsätzlich können wir die einzelnen Gleichgewichte nun bestimmen indem wir die Formeln aus Proposition 1.1 verwenden und Gleichungssysteme lösen. Dies wird anhand von zwei Fällen erläutert. In den übrigen Fällen wird lediglich überprüft, ob die Gleichungen das gewünschte Ergebnis liefern.

1. Grün-Grün:
   In diesem Fall verwenden beide Firmen lediglich emissionsfreie Technologie. Beide Firmen befürchten also eine unendlich große Auswirkung auf das Klima. Es gilt demnach $a_1 = a_2 = 0$. Nach Proposition 1.1 lässt sich die optimale Wahl einer grünen Firma berechnen durch $q_1 = \frac{1}{2}(z - q_2)$, $q_2 = \frac{1}{2}(z - q_1)$ und $k_1 = k_2 = 0$. Insgesamt gilt also
   $$q_1 = \frac{1}{2}(z - \frac{1}{2}(z - q_1)) \Leftrightarrow q_1 - \frac{q_1}{4} = \frac{z}{4} \Leftrightarrow q_1 = \frac{z}{3}$$
   .

   Für q_2 folgt dann
   $$q_2 = \frac{1}{2}(z - \frac{z}{3}) = \frac{z}{3}.$$
   Also gilt insgesamt in diesem Fall
   $$K = k_1 + k_2 = 0 \qquad Q = q_1 + q_2 = \frac{2z}{3}.$$
   Bei diesen Ergebnissen ist auffällig, dass werde q_i noch k_i in irgendeiner Form von den Ansichten der jeweils anderen Firma abhängt.

2. Orange-Orange:
   In diesem Fall muss $a_1 > \frac{a_2}{2}$ und $a_2 < \frac{z+a_1}{2}$ gelten. Beide Firmen verwenden also eine Mischung der Technologie, das bedeutet $r_i \in (0,1)$. Nach Proposition 1.1 des letzten Kapitels lässt sich die optimale Wahl berechnen durch

$q_1 = \frac{1}{2}(z - q_2), q_2 = \frac{1}{2}(z - q_1)$ und $k_1 = \frac{1}{2}(a_1 - k_2), k_2 = \frac{1}{2}(a_2 - k_1)$.
Für q_i folgt dann analog zu oben

$$q_1 = q_2 = \frac{z}{3} \text{ und damit } Q = \frac{2z}{3}.$$

Um k_1 und k_2 zu berechnen gehen wir ähnlich wie im Fall zuvor vor. Es gilt

$$k_1 = \frac{1}{2}(a_1 - \frac{1}{2}(a_2 - k_1)) \Leftrightarrow \frac{3k_1}{4} = \frac{2a_1 - a_2}{4} \Leftrightarrow k_1 = \frac{2a_1 - a_2}{3}.$$

Für k_2 folgt dann

$$k_2 = \frac{1}{2}(a_2 - \frac{2a_1 - a_2}{3}) = \frac{1}{2}(\frac{4a_2 - 2a_1}{3}) = \frac{2a_2 - a_1}{3}.$$

Und damit gilt insgesamt

$$K = \frac{2a_1 - a_2}{3} + \frac{2a_2 - a_1}{3} = \frac{a_1 + a_2}{3}.$$

In diesem Fall wird deutlich, dass die Firmen zwar keinen Einfluss aufeinander haben was die Produktionszahl betrifft, sich allerdings bei der Menge an CO2 die sie ausstoßen gegenseitig beeinflussen. Wie sich diese beiden Firmen konkret beeinflussen wird im nächsten Kapitel noch deutlich.

Bemerkung 2.1. *Da die Berechnung in den weiteren Fällen sehr langwierig sein kann, beschränken wir uns in diesen Fällen auf das Nachrechnen des Ergebnisses. Grundsätzlich würden diese Gleichgewichte aber ähnlich berechnet werden.*

3. <u>Rot-Rot</u>:
Um in diesen Bereich zu gelangen, müssen wir voraussetzen, dass $a_1 \geq z$. Beide Firmen produzieren nun ausschließlich mit umweltschädlicher, also konventioneller Technologie. Für das Gleichgewicht erhalten wir dann

$$q_1 = k_1 = \frac{A - c}{3}(\frac{2}{1 + \beta_1} - \frac{1}{1 + \beta_2}) \text{ und } q_2 = k_2 = \frac{A - c}{3}(\frac{2}{1 + \beta_2} - \frac{1}{1 + \beta_1}).$$

Und damit

$$Q = K = \frac{A - c}{3}(\frac{1}{1 + \beta_1} + \frac{1}{1 + \beta_2}).$$

Wir müssen nun überprüfen ob unser Gleichgewicht die Voraussetzungen der Proposition erfüllen. Laut Proposition 1.1 muss gelten, dass

$$q_i = k_i = \frac{1}{2}\frac{1}{1 + \beta_i}[A - c - Q_{-i} - \beta_i K_{-i}].$$

Rechnen wir dies nach, so ergibt sich

$$\begin{aligned}
q_1 = k_1 &= \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_1}[A-c-q_2-\beta_1 k_2] \\
&= \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_1}[A-c-\frac{A-c}{3}(\frac{2}{1+\beta_2}-\frac{1}{1+\beta_1})-\beta_1\frac{A-c}{3}(\frac{2}{1+\beta_2}-\frac{1}{1+\beta_1})] \\
&= \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_1}[(A-c)\big(1-\frac{1}{3}(\frac{2}{1+\beta_2}-\frac{1}{1+\beta_1})-\frac{1}{3}\beta_1(\frac{2}{1+\beta_2}-\frac{1}{1+\beta_1})\big)] \\
&= \frac{A-c}{3}(\frac{3}{2(1+\beta_1)}-\frac{1}{(1+\beta_2)}+\frac{1}{2(1+\beta_1)}) \\
&= \frac{A-c}{3}(\frac{2}{(1+\beta_1)}-\frac{1}{1+\beta_2}).
\end{aligned}$$

Analog folgt diese Aussage für q_2 bzw. k_2. In diesem Fall ist auffällig, dass sowohl die Produktionszahl, als auch der CO2 Ausstoß jeweils von beiden Firmen abhängt.

4. Grün-Orange:
In diesem Fall muss $a_1 \leq \frac{a_2}{2}$ und $a_2 < \frac{2z}{3}$ gelten. Firma 1 produziert also ausschließlich emissionsfrei, während Firma 2 lediglich zu einem Teil umweltfreundlich produziert. Wir erhalten damit

$$q_1 = q_2 = \frac{z}{3}, \qquad k_1 = 0, \qquad k_2 = \frac{a_2}{2}.$$

Insgesamt ergibt sich

$$Q = \frac{2z}{3}, \qquad K = \frac{a_2}{2}.$$

Laut Proposition 1.1 muss gelten, dass

$$q_i = \frac{1}{2}(z - Q_{-i}) \qquad k_1 = 0 \qquad k_2 = \frac{1}{2}(a_2 - k_1).$$

Daraus folgt

$$k_2 = \frac{1}{2}(a_2 - 0) = \frac{a_2}{2}.$$

q_i ergibt sich wie in den ersten beiden Fällen und damit ist Proposition 1.1 erfüllt und es handelt sich um das Gleichgewicht. Bei diesem Fall hängt die Produktionszahl erneut nicht von den Ansichten der Firmen ab. Der CO2 Ausstoß von Firma zwei hängt allerdings von den eigenen Ansichten ab und verändert sich mit diesen. Grüne Firmen haben demnach erneut keinen Einfluss.

5. Orange-Rot:
Um in diesem Bereich zu landen müssen wir voraussetzen, dass $\frac{(z+2d)a_2}{3a_2+4d} < a_1 < z$ und $a_2 \geq \frac{z+a_1}{2}$. Firma 1 produziert also nun zumindest zum Teil mit umweltfreundlicher Technologie, während Firma 2 nur konventionelle Technologie verwendet. Für den gesamten CO2 Ausstoß und die gesamte Produktionszahl gilt
$$Q = \frac{A - c - d\frac{a_1}{2a_1} - \frac{z}{2}}{3(1+\beta_2)} + \frac{z}{2}, \qquad K = Q + \frac{a_1 - z}{2}.$$
Für das Gleichgewicht ergibt sich somit
$$q_1 = z - Q, \qquad q_2 = k_2 = 2Q - z \text{ und } k_1 = \frac{a_1 + z}{2} - Q.$$
Laut Proposition 1.1 muss in diesem Fall gelten, dass
$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{2}(z - q_2) \\ k_1 &= \frac{1}{2}(a_1 - k_2) \\ q_2 = k_2 &= \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_2}[A - c - q_1 - \beta_2 k_1]. \end{aligned}$$
Wir überprüfen nun ob dies erfüllt ist.
$$\begin{aligned} Q &= z - Q + 2Q - z = Q \\ K &= \frac{a_1+z}{2} - Q + 2Q - z = Q + \frac{a_1 - z}{2} \\ q_1 &= \frac{1}{2}(z - 2Q + z) = z - Q \\ k_1 &= \frac{1}{2}(a_1 - 2Q + z) = \frac{a_1 + z}{2} - Q \\ k_2 = q_2 &= \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_2}[A - c - z + Q - \beta_2(\frac{a_1+z}{2} - Q)] \\ &= \frac{Q}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_2}[A - c - d\frac{a_1}{2a_2} - \frac{z}{2} - \frac{z}{2} - \beta_2\frac{z}{2}] \\ &= \frac{Q}{2} + \frac{3}{2}\frac{A - c - d\frac{a_1}{2a_2} - z/2}{3(1+\beta_2)} + \frac{1}{2}(\frac{-z}{2}) \\ &= \frac{Q}{2} + \frac{3}{2}(Q - \frac{z}{2}) - \frac{z}{4} = 2Q - z \end{aligned}$$
Damit ist das oben behauptete Gleichgewicht korrekt und wir können erkennen, dass in diesem Fall alle Faktoren von den Ansichten beider Firmen abhängen.

6. Grün-Rot:
Der letzte Fall beschreibt die Situation der maximalen Heterogenität. Firma eins ist dementsprechend sehr besorgt was den Einfluss des CO2 Ausstoßes auf das Klima betrifft, während Firma zwei keinen Zusammenhang sieht. Wir müssen also voraussetzen, dass $a_1 \leq \frac{(z+2d)a_2}{3a_2+4d}$ und $a_2 \geq \frac{2z}{3}$. Für das Gleichgewicht erhalten wir dann

$$k_1 = 0, \qquad k_2 = q_2 = \frac{z+2d}{3+4\beta_2}, \qquad q_1 = \frac{(1+2\beta_2)z-d}{3+4\beta_2}.$$

Für den gesamten CO2 Ausstoß K und die gesamte Produktionszahl Q folgt dann

$$K = \frac{z+2d}{3+4\beta_2},$$
$$Q = \frac{(1+2\beta_2)z-d}{3+4\beta_2} + \frac{z+2d}{3+4\beta_2} = \frac{2(1+\beta_2)z+d}{3+4\beta_2}.$$

Wir überprüfen nun ob k_2, q_2 und q_1 unsere Voraussetzungen erfüllt. Laut Proposition 1.1 muss gelten, dass

$$q_1 = \frac{1}{2}(z-q_2)$$
$$q_2 = k_2 = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_2}[A-c-q_1-\beta_2 k_1]$$

Wir überprüfen zunächst den ersten Punkt.

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{2}(z-q_2) = \frac{1}{2}(z - \frac{z+2d}{3+4\beta_2}) \\ &= \frac{1}{2}(\frac{3z+4\beta_2 z - z + 2d}{3+4\beta_2}) = \frac{(1+2\beta_2)z-d}{3+4\beta_2} \end{aligned}$$

Überprüfen nun den zweiten Punkt der Aussage.

$$\begin{aligned} q_2 = k_2 &= \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_2}[A-c-q_1-\beta_2 k_1] = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_2}[A-c-\frac{(1+2\beta_2)z-d}{3+4\beta_2}] \\ &= \frac{1}{2}\frac{1}{1+\beta_2}[\frac{2z+2\beta_2 z+4d+4\beta_2 d}{3+4\beta_2}] = \frac{z+2d}{3+4\beta_2} \end{aligned}$$

Damit sind alle Faktoren abhängig von den Ansichten der roten Firma. Die grüne Firma hat erneut keinen Einfluss auf das Gleichgewicht.

Da Abb. 2.1 symmetrisch ist wurde lediglich die obere Hälfte betrachtet. Es wurde also $a_1 \leq a_2$ vorausgesetzt. Die untere folgt analog indem man beide Firmen tauscht.

2.2 n-Firmen

Im vorherigen Teil wurde detailliert auf das Gleichgewicht für zwei Firmen eingegangen. Im folgenden Teil soll nun das Nash-Gleichgewicht für n Firmen betrachtet werden. Dabei werden nur wenige ausgewählte Farbkombinationen betrachtet.
Wir setzen in diesem Teil erneut vorraus, dass es keinen exogenen CO2 Ausstoß gibt, also $K_{ex} = 0$.

Der einfachste Fall den wir in diesem Zusammenhang betrachten können lautet alle Firmen sind orange.

Beispiel 2.1. *Sei $z > 0$, $a_1 \leq ... \leq a_n$ und $K_{ex} = 0$. Wir nehmen an, dass $a_1 \geq \frac{n-1}{n} a_n$ und $a_n \leq \frac{z}{n} + \frac{n-1}{n} a_1$. Dann ist das Gleichgewicht gegeben durch*

$$q_i = \frac{z}{n+1}, \qquad r_i = \frac{1}{z}(na_i - \sum_{j \neq i} a_j).$$

Für Q und K ergibt sich dann

$$Q = \frac{nz}{n+1}, \qquad K = \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^{n} a_j.$$

Wir wollen im nächsten Schritt überprüfen ob diese Darstellung unseren Anforderungen an ein Gleichgewicht entspricht.

Beweis. Laut Proposition 1.1 gilt für orange Firmen

$$q_i = \frac{1}{2}(z - Q_{-i})$$

In unserem Fall also

$$\begin{aligned} q_i &= \frac{1}{2}(z - Q_{-i}) = \frac{1}{2}(z - \sum_{j \neq i} q_j) \\ &= \frac{1}{2}(z - \sum_{j \neq i} \frac{z}{n+1}) = \frac{1}{2}(z - \frac{(n-1)z}{n+1}) = \frac{z}{n+1}. \end{aligned}$$

Für den CO2 Ausstoß von Firma i, muss gelten

$$k_i = \frac{1}{2}(a_i - K_{-i}).$$

In unserem Fall also

$$\begin{aligned} k_i &= \frac{1}{2}(a_i - \sum_{j\neq i} q_j r_j) = \frac{1}{2}(a_i - \sum_{j\neq i} \frac{z}{n+1}\frac{1}{z}(na_j - \sum_{k\neq j} a_k)) \\ &= \frac{1}{2}(a_i - \frac{1}{n+1}(2\sum_{j\neq i} a_j - (n-1)a_i)) = \frac{1}{2}(\frac{2na_i - 2\sum_{j\neq i} a_j}{n+1}) \\ &= \frac{1}{n+1}(na_i - \sum_{j\neq i} a_j). \end{aligned}$$

□

Wir haben nun einen Fall betrachtet, in dem alle Firmen gegebenenfalls ihre Technologie anpassen können. Dies ist demnach ein Fall in dem eine sehr kleine Heterogenität herrscht. Im nächsten Beispiel werden nun auch grüne Firmen zugelassen. Wir betrachten also als nächstes einen Fall der mittelmäßigen Heterogenität.

Beispiel 2.2. *(Grün-Orange) Wir nehmen an, dass es n_0 grüne Firmen gibt und daher $m = n - n_0$ orange Firmen. Dabei ist n_0 eine deterministische Größe die durch die Ansichten bestimmt wird. Sei $z > 0$ und $a_1 \leq ... \leq a_n$ und $K_{ex} \geq 0$. Definiere*

$$n_0 := max\{i : a_i < K_{ex} + \sum_{j=i+1}^{n}(a_j - a_i)\}, \qquad A_m := \sum_{j=n_0+1}^{n} a_j.$$

Wir nehmen außerdem an, dass

$$a_n \leq \frac{2z}{n+1} + K_{ex}.$$

Dann erfüllt das Gleichgewicht:

$$q_i = \frac{z}{n+1}\forall i, \qquad r_i = 0 \text{ für } 1 \leq i \leq n \text{ und } r_i = \frac{n+1}{z}(a_i - \frac{A_m + K_{ex}}{m+1}) \text{ für } n_0 < i \leq n$$

Analog zum obigen Beispiel könnte man auch für diesen Fall das Gleichgewicht auf die notwendigen Bedingungen überprüfen.

Als Abschluss dieses Kapitels wird noch der Fall der größten Skepsis betrachtet. Wir nehmen also an, dass es nur rote und weiße Firmen gibt, also die Firmen entweder gar nicht oder ausschließlich mit umweltschädlicher Technologie produzieren.

Beispiel 2.3. *(Rot-Weiß) Sei n_0 die Anzahl der weißen Firmen, die deterministisch bestimmt ist. Sei weiters $A > c$ und $a_1 \leq ... \leq a_n$ und $K_{ex} \geq 0$*
Wir definieren

$$\xi_j := \frac{A - c - b\alpha_j^2 K_{ex}}{1 + b\alpha_j^2} \qquad n_0 := \max\{i : \xi_i < \sum_{j=i+1}^{n} (\xi_j - \xi_i)\}, \qquad n_1 = n - n_0$$

Wir nehmen weiters an, dass $a_1 \geq z + K_{ex}$. Das Gleichgewicht ist dann gegeben durch:

$$\begin{aligned} q_i &= k_i = 0 \text{ für } i \leq n_0 \\ q_i &= k_i = \frac{n_1}{n_1+1}\xi_i - \frac{1}{n_1+1} \sum_{i \neq j > n_0} \xi_j \text{ für } i > n_0 \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich:

$$Q = \frac{1}{n_1+1} \sum_{j > n_0} \xi_j, \qquad K = Q + K_{ex}$$

Wir wollen nun überprüfen, ob die gegebenen Ausdrücke unsere Bedingungen an ein Gleichgewicht erfüllen.

Beweis. Aus $a_1 \leq ... \leq a_n$ folgt $\xi_1 \leq ... \leq \xi_n$. Weiters gilt, da $a_1 \geq z + K_{ex}$ auch $a_i \geq z + K_{ex}$ für alle $i \in 0, ..., n$.
Wir wollen zunächst überprüfen ob der Ausdruck für Q korrekt ist.

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{j=1}^{n} q_i = \sum_{i=n_0+1}^{n} (\frac{n_1}{n_1+1}\xi_i - \frac{1}{n_1+1} \sum_{i \neq j > n_0} \xi_j) \\ &= \frac{n_1}{n_1+1} \sum_{i=n_0+1}^{n} \xi_i - \frac{1}{n_1+1} \sum_{i=n_0+1}^{n} \sum_{i \neq j > n_0} \xi_j = \frac{n_1}{n_1+1} \sum_{i=n_0+1}^{n} \xi_i - \frac{n_1 - 1}{n_1+1} \sum_{i=n_0+1}^{n} \xi_i \\ &= \frac{1}{n_1+1} \sum_{i=n_0+1}^{n} \xi_i \end{aligned}$$

Nun soll überprüft werden ob $q_i = k_i$ die gewünschten Eigenschaften erfüllt. Für weiße Firmen muss gelten $q_i = k_i = 0$ für alle $i < n_0$. Betrachten also $i \geq n_0$, dann gilt

$$q_i = k_i = \frac{1}{1+\beta_i}[z - Q + \beta_i(a_i - K)] = \frac{1}{1+\beta_i}[z - Q + \beta_i(a_i - Q - K_{ex})]$$
$$= \frac{z + \beta_i a_i - \beta_i K_{ex}}{1+\beta_i} - Q = \xi_i - Q \geq 0$$

Es bleibt noch zu zeigen, dass $i \leq n_0$ die Voraussetzungen für weiße und $i > n_0$ die für rote Firmen erfüllt.
Sei dafür zunächst $i > n_0$, dann gilt es $i \in I_r$ zu zeigen.
Wir zeigen dafür $Q - K \geq z - a_i$.
Wir wissen $z - a_i \leq z - a_1 \leq -K_{ex} = Q - K$. Und damit folgt die Behauptung.
Sei nun $i \leq n_0$. Wir wollen nun zeigen, dass $Q \geq z$. Wir wissen
$Q = \frac{1}{n_1+1} \sum\limits_{j>n_0} \xi_j > \xi_{n_0} \geq \xi_1$. Da $a_1 \geq z + K_{ex}$ gilt $\xi_1 \geq z$ und damit auch $Q \geq z$, womit die Behauptung folgt. □

3 Veränderungen des Gleichgewichts

In diesem Kapitel soll untersucht werden wie sich die Veränderungen der Ansichten auf das Gleichgewicht auswirkt. Der Beweis zu den folgenden Aussagen befindet sich in Anhang C der Quelle [1].Wie zu Beginn erwähnt hat jede Firma andere Ansichten bezüglich des Klimawandels. Diese werden durch die Variable α_i^2 beschrieben. Ein höherer Wert von α_i^2 bedeutet, dass die jeweilige Firma einen höheren Einfluss des CO2 Ausstoßes auf das Klima vermutet oder höhere Steuern erwartet. Bei kleiner werdendem α_i^2, werden die jeweiligen Firmen skeptischer was den Einfluss auf das Klima betrifft. Verändern sich diese Ansichten einzelner Firmen, so kann dies Auswirkungen auf das Gleichgewicht haben und dieses verändern. Wir betrachten im folgenden also Veränderungen des Wertes α_i^2. Wir setzen jedoch voraus, dass die einzelnen Gleichgewichtsbereiche nicht verlassen werden dürfen. Wir betrachten also lediglich minimale Änderungen der Ansichten.

Wir beschäftigen uns nun zunächst mit dem Einfluss der Klimaansichten auf den gesamten CO2 Ausstoß und die gesamte Produktionszahl. Die erste zentrale Aussage in diesem Zusammenhang ist folgender Satz.

Satz 3.1. *Der gesamte CO2 Ausstoß K ist schwach abnehmend für steigendes* α_i^2. *Im speziellen gilt*

- *K wird durch die Ansichten grüner Firmen nicht beeinflusst.*
- *K ist strikt fallend für alle anderen Farben*

Der gesamte CO2 Ausstoß wird also durch die Ansichten grüner Firmen nicht beeinflusst. Dies gilt, da grüne Firmen sollten sie besorgter werden sowieso kein CO2 ausstoßen und damit ihren CO2 Ausstoß auch nicht reduzieren können. Für alle anderen Farben ist K strikt fallend. Betrachten wir eine orange Firma die besorgter wird, so wird diese ihren CO2 Ausstoß verringern. Auch rote Firmen werden den CO2 Ausstoß verringern sollten sie besorgter werden.

Im nächsten Satz wird der Einfluss einzelner Firmen auf die gesamte Produktionszahl Q untersucht.

Satz 3.2. *Die gesamte Produktionszahl ist für steigendes* α_i^2 *abhängig von den beteiligten Firmen. Im speziellen gilt*

- *Q wird nicht durch die Ansichten grüner Firmen beeinflusst.*
- *Q ist strikt fallend wenn rote Firmen besorgter werden.*
- *Q ist strikt steigend wenn orange Firmen besorgter werden. Gibt es keine roten Firmen, so wird Q von orangen Firmen nicht beeinflusst.*

Wird eine grüne Firma besorgter so kann diese den CO2 Ausstoß nicht mehr verringern und damit bleibt auch die zugehörige Produktionszahl gleich. Für rote Firmen sind Produktionszahl und Verringerung des CO2 Ausstoßes miteinander verknüpft. Wird eine rote Firma besorgter, so reduziert diese die CO2 Emissionen indem sie die Produktionszahl reduziert. Eine andere Möglichkeit ist für rote Firmen nicht gegeben. Orange Firmen hingegen werden, wenn sie besorgter werden ihre Technologie umstellen und die Produktionszahl nicht verändern. Gibt es jedoch rote Firmen in dem betrachteten System, so führt die Reduktion des CO2 Ausstoßes der orangen Firmen dazu, dass rote Firmen ihre Produktion erhöhen. Es kommt also insgesamt zu einem Anstieg der Produktionszahl.

Nachdem nun der Einfluss auf die gesamte Wirtschaft untersucht wurde wird in weiterer Folge auf den Einfluss der einzelnen Firmen eingegangen.
Dabei betrachten wir zunächst die Veränderung der Technologie für eine Firma i.

Satz 3.3. *Betrachten Technologiewahl* r_i *der Firma i, die als Gleichgewicht ermittelt wurde.*

- r_i *ist schwach fallend für steigende Besorgtheit von Firma i und sogar strikt fallend wenn Firma i orange ist.*
- r_i *ist schwach steigend für steigende Besorgtheit jeder Firma* $j \neq i$*. Der Anstieg ist sogar strikt wenn i orange ist und j CO2 ausstößt.*

Der erste Punkt des Satzes ist sehr intuitiv. Betrachten wir eine grüne oder rote Firma, die besorgter wird, so kann diese ihre Technologie nicht ändern, da sie rot bzw. grün bleiben müssen. Dementsprechend bleibt $r_i = 0$ bzw. $r_i = 1$. Für orange Firmen gilt hingegen, dass wenn diese besorgter werden, ihre Technologie auf umweltfreundlicherere Technologie ändern. Dies hat jedoch zur Folge, dass r_i kleiner wird.
Die zweite Aussage in diesem Satz bezieht sich nun auf eine zweite Firma j. Firma j wird nun besorgter was den Einfluss von CO2 betrifft. Ist j grün so hat dies erneut keinen Einfluss. Ist j jedoch rot oder orange, so hat dies einen Einfluss auf orange Firmen. Ist Firma j im speziellen orange und wird besorgter, dann wird Firma j den CO2 Ausstoß verringern indem sie die Technologie anpasst. Firma i befindet sich nun allerdings in einer Wirtschaft mit geringerem CO2 Ausstoß und wird dementsprechend auf eine billigere Variante umsteigen und damit umweltschädlichere Technologie verwenden um Geld zu sparen. Dementsprechend sinkt r_i.

Doch auch für q_i und k_i können leicht veränderte Ansichten eine Rolle spielen. Für die Firma i selbst gilt folgendes.

Satz 3.4. *Betrachten wir das Gleichgewicht, das durch CO2 Emissionen* k_i *und Produktionszahl* q_i *einer Firma i gegeben ist, dann gilt*

- k_i *ist schwach fallend für steigende Besorgtheit von Firma i.* k_i *ist sogar strikt fallend für alle Firmen die CO2 ausstoßen.*
- q_i *ist schwach fallend für wachsende Besorgtheit von Firma i.* q_i *ist sogar strikt fallend, solange i nicht grün ist und rote Firmen vertreten sind.*

Der erste Punkt dieser Aussage ist analog zu Satz 3.1 interpretierbar. Und auch die Produktionszahlen wurden zuvor schon besprochen. Interessant ist jedoch der Fall, das rote Firmen vertreten sind und i orange ist. Nehmen wir also an, dass i orange ist, dann wird diese Firma ihren CO2 Ausstoß verringern indem sie ihre Technologie anpasst. Als Reaktion darauf erhöhen jedoch rote Firmen ihre Produktion und setzen orange Firmen im Wettbewerb unter Druck, woraufhin diese ihre Produktion verringern werden, also fällt q_i.

Betrachten wir nun eine zweite Firma j so können folgende Veränderungen beobachtet werden.

Satz 3.5. *Betrachten nun eine zweite Firma $j \neq i$*

- *Ist Firma j grün, dann beeinflusst diese keine andere Firma.*

- *Ist Firma j orange und Firma i rot, dann sind k_i und q_i abhängig von den Ansichten der Firma j. Die Richtung ist dabei abhängig von den anderen Firmen.*

- *k_i ist schwach steigend wenn Firma j besorgter wird. Die Steigung ist sogar strikt, außer i ist grün.*

- *q_i ist strikt steigend bei steigender Besorgtheit von Firma j, wenn j rot ist. q_i ist schwach fallend wenn j orange ist. q_i ist sogar strikt fallend, außer es existieren keine roten Firmen.*

Wenig verwunderlich ist dabei, dass grüne Firmen die Ansichten anderer Firmen nicht beeinflussen. Die dritte Aussage besagt, dass wenn eine Firma ihren CO2 Ausstoß verringert, die anderen ihren schwach erhöhen. Der Grund dafür wurde schon zuvor besprochen. Wird Firma j besorgter was den Einfluss auf die Umwelt betrifft, dann wird diese den CO2 Ausstoß verringern. Da jedoch nun die anderen Wettbewerbsteilnehmer einen Markt mit geringerem CO2 Ausstoß sehen und damit geringeren Steuern, werden diese ihren CO2 Ausstoß, sofern sie keine grünen Firmen sind, erhöhen und damit wird k_i größer. Auch die letzte Aussage wurde schon erklärt. Haben wir nun eine Firma j die rot ist und besorgter wird, so wird diese ihren CO2 Ausstoß verringern, indem sie die Produktionszahl senkt. Andere Firmen haben nun weniger Konkurrenz und erhöhen daher ihre Produktionszahlen, also q_i steigt. Ist Firma j orange, so reduziert diese Firma ihren CO2 Ausstoß durch Veränderung der Technologie. Da insgesamt nun weniger CO2 ausgestoßen wird und die Kosten für CO2 zurückgehen, erhöhen rote Firmen ihre Produktionszahl. Da dies die anderen Firmen jedoch unter Druck setzt und ihnen wenig Möglichkeit zur Teilnahme am Wettbewerb gibt, verringern diese grünen und orangen Firmen ihre Produktionszahl.

Insgesamt haben also die Ansichten der Firmen selbst bei geringer Änderung, Auswirkungen auf das Gesamtgleichgewicht. Eine Ausnahme bilden grüne Firmen, da diese weder ihre Produktionszahl noch ihre Technologie verändern können wenn sie besorgter werden.

4 Wiederholung des Cournot-Spiels und deren Auswirkung

Im letzten Kapitel soll untersucht werden was passiert wenn das Cournot Spiel immer wieder wiederholt wird. Wir betrachten also den Fall, dass nachdem alle Produkte verkauft wurden und die Firmen ihr CO2 ausgestoßen haben eine erneute Planungsphase beginnt. In dieser wählen sie erneut eine Verteilung für α, die ihre Meinungen und Vermutungen an die Zukunft widerspiegelt. Da alle Produkte konsumiert wurden, können wir in jeder Runde dieselbe Nutzenfunktion verwenden. Wir wollen nun untersuchen welchen Effekt diese mehrfache Wiederholung auf ein Gleichgewicht hat und ob der gesamte CO2 Ausstoß sich irgendwann stabilisiert. Wir bezeichnen dafür, die Koeffizienten der m-ten Runde mit $a_j^{(m)}$ bzw. $\beta_j^{(m)}$. Es wäre möglich, dass Firmen mit der Zeit den wahren Wert der TCRE erkennen und damit alle $a_j^{(m)}$ und $\beta_j^{(m)}$ gegen einen Wert konvergieren. Um diesen Grenzwert zu untersuchen müssen wir zwei Fälle unterscheiden.
Wir nehmen zunächst an, dass $c + d < A$. Diese Voraussetzung versichert, dass Firmen grüne Technologie verwenden können und ihre Produktionszahl dennoch über einer gewissen Grenze bleibt. In der ersten Proposition, wollen wir zeigen, dass der totale CO2 Ausstoß sich unter dieser Voraussetzung beim größten Häufungspunkt stabilisiert. Für diesen Beweis benötigen wir zunächst jedoch folgendes Lemma.

Lemma 4.1. *Betrachten wir ein Gleichgewicht mit $Q < z$. Dann erfüllt jede Firma i, dass $k_i \geq \lambda(a_i - K_{-i})$ für $\lambda := \frac{1}{2}\frac{b\alpha_i^2}{1+b\alpha_i^2} > 0$*

Beweis. Sei i eine beliebige Firma. Da $Q < z$ gilt $i \notin I_w$. Wäre $i \in I_w$, dann gilt $a_i - K_{-i} < 0$ und die Behauptung ist trivial.
Für $i \in I_o$ folgt die Behauptung aus Proposition 1.1 mit $\lambda = \frac{1}{2}$.
Für $i \in I_r$ gilt $Q < z$ und damit folgt $Q_{-i} < z$. Dann gilt $A - c - Q_{-i} \geq b\alpha_i^2 a_i$. Mit Proposition 1 (iv) folgt,

$$k_i = q_i = \frac{1}{2}\frac{1}{1+b\alpha_i^2}[A - c - Q_{-i} - b\alpha_i^2 K_{-i}] \geq \frac{1}{2}\frac{b\alpha_i^2}{1+b\alpha_i^2}[a_i - K_{-i}].$$

Und damit die Behauptung. □

Proposition 4.1. *Nehmen wir an, dass $c + d < A$ und $a_j^{(m)} \leq a := \limsup_{m\to\infty} \max\{a_1^{(m)}, ..., a_n^{(m)}\} \in [0, \infty]$ für alle m und j, dann gilt, $a_j^{(m)} \to a$ für $m \to \infty$*

Beweis. Wir bezeichnen mit K_m die totalen CO2 Emissionen am Ende der m-ten Runde. (K_m) ist monoton steigend und beschränkt und damit konvergent. Nun gilt in jeder Runde nach Proposition 1.1

$$K = K_{m-1} + \sum_{j=1}^{n} k_j, \qquad Q = \sum_{j=1}^{n} q_j.$$

Wir wollen nun zeigen, dass $\lim_{m\to\infty} K_m = a$ Dafür zeigen wir

$$a \leq \lim_{m\to\infty} K_m \leq a.$$

Wir zeigen $K_m \leq a$ mithilfe eines Widerspruchsbeweises. Wir nehmen also an, dass $K_m > a$. Sei $m \geq 1$ die erste Runde sodass $K_m > a$, dann gilt im Speziellen $K_m > a_j^{(m)}$ für alle $1 \leq j \leq n$. Damit sind laut Proposition 1.1 alle Firmen in $I_w \cup I_g$ und stoßen damit kein CO2 aus. Damit muss jedoch $K_m = K_{m-1}$ gelten und dies ist ein Widerspruch zur Wahl von m, da m die erste Runde ist sodass $K_m > a$. Damit war die Annahme falsch und es muss gelten, dass $K_m \leq a$. Mit demselben Argument folgt sogar, $K_m < a$ für $a > 0$ und alle m. Der Grenzwert wird also nicht in endlich vielen Schritten erreicht. Damit gilt $\lim K_m \leq a$.
Es bleibt zu zeigen, dass $\lim K_m \geq a$. Wir nehmen dafür zunächst an, dass $Q_m \geq z$ für unendlich viele Runden m, dann gilt nach Proposition 1.1, dass alle Firmen in $I_w \cup I_r$ sind. Da in diesen Fällen $r_j = 1$ für jede Firma j, gilt $K_m - K_{m-1} = Q_m \geq z$. Dabei impliziert $z > 0$, dass es unendlich viele Runden gibt, sodass $\lim K_m = \infty \geq a$. Nehmen nun an , dass die erste Annahme nicht erfüllt ist und damit ein m_0 existiert, sodass $Q_m < z$ für alle $m \geq m_0$. Definiere

$$a^{(m)} := \max\{a_1^{(m)}, ..., a_n^{(m)}\}.$$

Ist nun $m \geq m_0$ und $a^{(m)} < \infty$, dann gilt

$$K_m \geq \max\{K_{m-1}, \lambda a^{(m)} + (1-\lambda)K_{m-1}\}.$$

Für ein $\lambda > 0$ unabhängig von m. Dies gilt da $K_m \geq K_{m-1}$ mit dem vorher bewiesenen Lemma 4.1 für Firma i mit $a_i^{(m)} = a^{(m)}$.
Ist hingegen $m \geq m_0$ und $a^{(m)} = \infty$ dann gilt direkt

$$k_i \geq \frac{1}{2}(A - c - Q_{-i}) \geq \frac{d}{2},$$

und damit

$$K_m \geq K_{m-1} + \frac{d}{2}.$$

Insgesamt folgt also $\lim K_m \geq \limsup a^{(m)} = a$ und damit
$\lim_{m\to\infty} K_m = a$ $\square$

Nehmen wir nun an, dass a den passenden Wert zum deterministischen α hat. Wenn $K = a$ den Grenzwert der CO2 Emissionen bezeichnet und $T = \alpha K = \alpha a$ den zugehörigen Temperaturanstieg anzeigt, dann gilt nach vorheriger Proposition, dass $T = \frac{d}{b\alpha}$, da $a = \frac{d}{\alpha^2}$. Der Steuersatz wird angegeben durch $b\alpha$. Damit ist der Temperaturanstieg also gegeben als Quotient zwischen Extrakosten für emissionsfreie Technologie und Steuersatz.

Wir haben bis jetzt lediglich den Fall $c + d < A$ betrachtet. Ist nun $A \leq c + d$ dann bedeutet dies, dass Konsumenten nicht für grüne Technologie bezahlen werden. Damit verändert sich jedoch auch der Grenzwert des kumulierten CO2s. In diesem Fall geht die Produktion nämlich gegen 0 und damit kommt die Wirtschaft zum Stillstand. Dies passiert beim Grenzwert, den wir nun bestimmen werden. Wir nehmen außerdem an, dass $c < A$, denn sonst würde nichts produziert werden und der Grenzwert wäre 0.

Proposition 4.2. *Sei* $\beta := \liminf_{m\to\infty} \min\{\beta_1^{(m)}, ..., \beta_n^{(m)}\} \in [0, \infty]$. *Sei weiters* $c < A \leq c + d$ *und* $\beta_j^{(m)} \geq \beta$ *für alle* m *und* j. *Dann gilt, dass der akkumulierte CO2 Ausstoß gegen* $\frac{(A-c)}{\beta}$ *konvergiert.*

Beweis. Wir nehmen also an, dass $A > c$ und $c + d \geq A$, d.h. $z \leq 0$. Dies impliziert, dass $z \leq Q$ und damit gilt in jeder Runde (Proposition 1.1) $I_g = I_o = \emptyset$. Wir fixieren nun eine Runde m und wählen i sodass $\beta_i^{(m)} = \min\{\beta_1^{(m)}, ..., \beta_n^{(m)}\}$. Wir schreiben nun für unsere fixe Runde m lediglich β_i und nehmen an, dass $\beta_i > 0$. Wir haben nun ein Gleichgewicht mit lediglich roten und weißen Firmen und erhalten nach der Formel in Beispiel 2.3

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{n_1+1}\Big(\sum_{j\in I_r} \frac{A-c-\beta_j K_{m-1}}{1+\beta_j}\Big) \geq \frac{1}{n_1+1}\Big(\frac{A-c-\beta_i K_{m-1}}{1+\beta_i}\Big) \\ &\geq \frac{\beta_i}{(n_1+1)(1+\beta_i)}\Big(\frac{A-c}{\beta_i} - K_{m-1}\Big) \geq \frac{\beta}{(n+1)(1+\beta)}\Big(\frac{A-c}{\beta_i} - K_{m-1}\Big) \end{aligned}$$

Also gilt insgesamt $K_m = K_{m-1} + Q_m \geq \lambda\frac{A-c}{\beta_i} + (1-\lambda)K_{m-1}$ für $\lambda = \frac{\beta}{(n+1)(1+\beta)} > 0$. Ist hingegen $\beta_i = 0$, dann führt eine analoge Argumentation, zu $Q_m \geq \frac{A-c}{n+1}$.
Da zumindest eine der Aussagen für jede Runde m gilt, folgt $\lim K_m \geq \frac{A-c}{\beta}$, also $\lim K_m = \infty$ für $\beta = 0$. Es bleibt also zu zeigen, dass $\lim K_m \leq \frac{(A-c)}{\beta}$ wenn $\beta > 0$. Wir fixieren wieder eine Runde m. Da $f(x) := \frac{1}{1+x}$ fallend und $g(x) := \frac{x}{1+x}$ steigend in x ist, gilt nach Beispiel 2.3,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{n_1+1}\Big(\sum_{j\in I_1} \frac{A-c-\beta_j K_{m-1}}{1+\beta_j}\Big) \leq \frac{n_1}{n_1+1}\Big(\frac{A-c-\beta_i K_{m-1}}{1+\beta_i}\Big) \\ &\leq \frac{n_1}{n_1+1}\Big(\frac{A-c-\beta_i K_{m-1}}{\beta_i}\Big) < \frac{A-c}{\beta_i - K_{m-1}}. \end{aligned}$$

Damit gilt $K_m = K_{m-1} + Q < \frac{A-c}{\beta_i} \leq \frac{A-c}{\beta}$ und die gewünschte Aussage folgt. $\square$

5 Fazit

Abschließend ist es wichtig zu erwähnen, dass in der hier vorgestellten Situation ein eindeutiges Nash-Gleichgewicht existiert. Dabei kann man beobachten, dass die einzelnen Parameter teilweise von den Ansichten anderer Firmen abhängig sind. Dies bedeutet, dass die unterschiedlichen Ansichten, die anderen Firmen beeinflussen können. Einzig grüne Firmen haben auf andere Firmen keinen Einfluss, was daran liegt, dass die Parameter der anderen Farben immer unabhängig von denen grüner Firmen sind. Dabei können schon kleine Veränderungen, bei denen die Farben der einzelnen Firmen nicht verändert werden, deutliche Auswirkungen auf das Verhalten und die Entscheidungen der anderen Firmen haben.
Zum Schluss ist noch interessant, dass eine Wiederholung dieses Entscheidungsprozesses dazu führt, dass sich der akkumulierte CO2 Ausstoß irgendwann stabilisiert.
In Bezug auf die Klimakrise wird insgesamt deutlich, dass die Entscheidung einer einzelnen Firma, auf CO2 Ausstoß zu verzichten, nicht ausreichend ist um den CO2 Ausstoß stark zu verringern, da Firmen die sich dafür entscheiden keinen Einfluss auf die Entscheidungen der anderen Firmen haben. Das Modell erlaubt uns also zu untersuchen wie eine Firma sich in einer gegebenen Gruppe positionieren und welche Entscheidung sie treffen würde.

Literatur

[1] Florian Stebegg Marcel Nutz. *Climate Change Adaption under Heterogenous Beliefs*. Jan. 2021.

[2] Vladimir Shikhman. *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler*. Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany: SpringerGabler, 2019. ISBN: 978-3-658-24542-9.

[3] Urs Neu Stefan Rahmstorf. *Klimawandel und CO2: haben die "Skeptiker" recht?* Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung,Schweizerische Akademie der Naturwissenschaften, 2004. URL: http://www.pik-potsdam.de/~stefan/Publications/Other/rahmstorf_neu_2004.pdf.

[4] Jakob Zerbes. "Klimakrise: 100 Konzerne verursachen 70% aller CO2-Emissionen". In: *KONTRAST* (Juni 2021). URL: https://kontrast.at/corona-klima/.