

# Seminararbeit

## Efficiency of Racetrack Betting Markets

Donald B. Hausch, Victor S.Y. Lo, William T. Ziemba

Felix Sadowski

e11806458

Finanz- und Versicherungsmathematik

22.01.2021

Betreuer: Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Stefan Gerhold

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>2</b>
1.1	Grundlagen . . . . .	2
1.2	Begriffserklärungen . . . . .	4
<b>2</b>	<b>EFFICIENCY OF WIN MARKETS AND THE FAVORITE-LONGSHOT BIAS</b>	<b>6</b>
2.1	Der Win Markt . . . . .	6
2.2	Die Favorite-Longshot-Bias . . . . .	8
<b>3</b>	<b>PRICES VERSUS HANDICAPPING: PLACE AND SHOW ANOMALIES</b>	<b>9</b>
3.1	Der Place bzw. Show Markt . . . . .	9
3.2	Wettstrategie . . . . .	12
3.3	Locks . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Quellenverzeichnis</b>	<b>19</b>
4.1	Literatur . . . . .	19
4.2	Tabellen und Graphiken . . . . .	20

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Grundlagen

Da Pferderennen, und somit auch das Wetten auf dieselben, in Österreich nicht so sehr verbreitet sind, wie zum Beispiel in England oder den USA, ist es wichtig, am Anfang die Fundamente dieser Materie ein wenig zu erläutern.

In dieser Arbeit betrachte ich nordamerikanische Pferderennen im Zeitraum 1960 bis 2000. Diese werden an ausgezeichneten Rennstrecken, welche zumeist oval geformt sind und in ihrem Umfang variieren können, an sogenannten *Racing Days* ausgetragen. Die Zuschauer können dann verschiedene Arten von Wetten, die im Folgenden erklärt werden, auf den Ausgang einzelner oder mehrerer Rennen abschließen. Ursprünglich war die Strecke, auf welcher der Wettkampf ausgetragen wurde, die einzige (legale) Annahmestelle dieser Transaktionen. In den 80er Jahren des letzten Jahrhunderts wurde allerdings auch das *Cross-Track-Betting* immer populärer, bei dem man auf den Ausgang von an anderen Bahnen gelaufenen Rennen tippen kann.

Beim Pferderennsport reiten üblicherweise sechs bis zwölf *Jockeys* auf eine im Vorhinein festgelegte Distanz um die Wette. An einem *Racing Day* werden mehrere Läufe hintereinander ausgetragen, denen eine ca. 25 Minuten andauernde Pause folgt, in der man seine Vermutung oder Vermutungen über Ausgang des jeweils folgenden Rennens mithilfe des Kaufs eines Tippscheines zum Ausdruck bringen kann.

Der substantielle Unterschied zu einem z.B. in Österreich in einem Wettbüro verkauften Schein liegt im Zustandekommen der endgültigen Quote, also wie viel Geld man bei dem Einsatz von 1 € (bzw. in den USA 1 \$) und korrekt erahnten Ereignisses erhält. Bei dem bei uns bekannten System legt der Anbieter dieses Glücksspieles die Quote fest, die sich im Laufe der Zeit

natürlich ändern kann. Sie wird von Experten berechnet und soll sowohl das Verhalten potentieller Kunden als auch die tatsächlichen Wahrscheinlichkeiten widerspiegeln, ein außenstehender Dritter hat aber keine Möglichkeit zu erfahren, wie sie wirklich zustande gekommen ist. Kauft ein Konsument allerdings einen Schein zu der an dem Zeitpunkt gültigen Quote, bekommt er, bei erfolgreicher Wette, seinen Einsatz mit ebendieser multipliziert zurück. Eine Erhöhung oder Erniedrigung der Quote im Zeitraum nach dem Wettabschluss hat keinerlei rückwirkenden Effekt.

Bei den in meiner Arbeit betrachteten, nordamerikanischen Wetten verhält sich dies anders, nämlich steht zum einen der mögliche Auszahlungsbetrag bei einer gewonnenen Wette erst nach Annahme des letzten Tipps fest und zum anderen folgt das Zustandekommen ebendieser Geldsumme festen Regeln und ist somit auch für Dritte nachvollzieh- und reproduzierbar. Diese Quoten werden auf der Rennbahn öffentlich angezeigt und laufend aktualisiert. Der Kunde weiß also beim Abschluss der Wette gar nicht genau, wie viel er potenziell gewinnt, sondern kann nur entweder möglichst spät seinen Tipp an der Annahmestelle abgeben oder auf eine für ihn nicht negative Entwicklung der Quote hoffen. Diese Unsicherheit stellt für den Konsumenten natürlich ein großes Risiko dar, allerdings birgt die Reproduzierbarkeit des möglichen Gewinns aus mathematischer Sicht ein interessantes Optimierungspotenzial. Diese vorhin genannten festen Regeln sind nämlich relativ einfach: Es wird die Summe der Einsätze mit einem vorgeschriebenen, aber auf verschiedenen Rennstrecken möglicherweise unterschiedlichen, Wert zwischen 0 und 1 multipliziert und anschließend auf die gewonnenen Tippscheine aufgeteilt. Diese Vorgehensweise hat für den Rennbahnbesitzer den positiven Effekt, dass sein Gewinn, bis auf einige kleine Ausnahmen, die im Zuge dieser Arbeit noch besprochen werden, nur von der Summe der abgegebenen Tippscheine, aber nicht vom Ausgang des Rennens abhängt.

Der potenzielle Gewinn des Einzelnen ist somit vom Verhalten der anderen Spieler abhängig. Dabei gibt es für jedes Rennen und jede Art der Wette, die im nachstehenden Kapitel erläutert werden, einen eigenen *Pool*, also hat z.B. eine **Win**-Wette keinerlei Einfluss auf die Quote eines **Place**-Scheins, selbst wenn beide auf dem selben Lauf basieren.

## 1.2 Begriffserklärungen

Im Folgenden werden Begriffe verwendet, die nicht nur Fachbegriffe des Pferderennsports beziehungsweise des darauf basierenden Glückspiels sind, sondern auch ohne deutsche Übersetzung in englisch Sprache verwendet werden. Dies erfordert natürlich Definition und Erklärung. Nachfolgend sind verschiedene Arten von Wettmöglichkeiten angeführt, beginnend mit den klassischen, bei denen nur auf ein Pferd gesetzt wird:

1. **Win:** Man gewinnt eine **Win**-Wette nur, wenn das ausgewählte Pferd als erstes ins Ziel läuft.
2. **Place:** Hierbei muss das festgelegte Tier Erster oder Zweiter werden.
3. **Show:** Das Pferd muss das Podium erreichen, also unter den Top Drei sein (man spricht hierbei von einer Platzierung *in the money*), damit diese Wette einen positiven Betrag auszahlt.

Darauf basierend gibt es noch die **Parlay**-Wette, bei der sich ein Spieler selbst vorschreibt, dass er den Ertrag eines **Win**-Scheins eines bestimmten Rennens im darauffolgenden wieder auf einen **Win**-Tipp setzt. Es werden auch Möglichkeiten angeboten, auf mehrere Pferde und sogar multiple Rennen zu setzen, nämlich bei den so genannten *exotic bets*.

4. **Quinella:** Man muss die ersten beiden Pferde angeben, um diese Art von Wette zu gewinnen, wobei allerdings die Reihenfolge egal ist.
5. **Exacta** (oder auch **Perfecta**): Ähnlich der **Quinella**-Wette, aber es muss auch die Reihenfolge korrekt sein.
6. **Trifecta:** Um bei diesem Tipp eine positive Auszahlung zu erhalten, ist die Angabe die ersten drei Pferde in der korrekten Reihenfolge erforderlich.
7. **Daily Double:** Hierbei müssen die Gewinner von zwei aufeinanderfolgenden Rennen genannt werden. Diese Wette wird meistens nur ein oder zwei mal pro *Racing Day* angeboten und unterscheidet sich substantiell nicht von einem **Parlay**. Allerdings befinden diese beiden Arten in verschiedenen *Pools*, **Daily Double** in einem eigenen und **Parlay** und zwei **Win-Pools**, wodurch sich der Ertrag der beiden theoretisch sehr stark unterscheiden könnte. Die Idee kann natürlich auch analog auf mehr als zwei Rennen ausgeweitet werden und wird dann **Pick 3**, **Pick 4**, usw. genannt.

Nachstehend weitere Fachbegriffe des Pferderennsports, welche sich nicht auf Wettarten beziehen:

1. *Morning-Line-Odds*: Diese Quoten werden vor Beginn des ersten Rennens eines *Racing Days* (meist in lokalen Zeitungen) veröffentlicht und sind die Quoten, die die jeweiligen Pferde nach der Meinung eines oder mehrerer Experten (die im Fachjargon *Handicapper* heißen) nach Wettannahmeschluss haben werden.

2. *effizienter Markt*: Dieser Terminus bezeichnet einen Handelsort, der sich durch die Eigenschaft auszeichnet, dass kein Marktteilnehmer einen Reingewinn (nach dem Gesetz der großen Zahlen, also bei unendlich maliger Anwendung derselben Strategie) durch Verwendung verschiedener Informationen erwirtschaften kann. Dabei werden drei Kategorien unterschieden: Die *schwache* Effizienz beschreibt den Umstand, dass alle historischen Informationen in den Preisen der einzelnen Finanzinstrumente eingegangen sind, also dass aus dem Wissen der vergangenen Geschäfte kein Gewinn erzielt werden kann. Um die *semi-starke* Markteffizienz zu verifizieren bzw. falsifizieren muss man eruieren, ob die Preise anhand allem öffentlich zugänglichen Wissens korrekt zu reproduzieren sind. Zu guter Letzt beschreibt die *starke* Effizienz das Fehlen einer Möglichkeit, positive Erträge anhand aller Informationen (vergangene wie jetzige, öffentliche wie geheime) zu erwirtschaften.<sup>1</sup>

3. *Favorite-Longshot-Bias*: Sie bezeichnet die Tendenz der Spieler, die tatsächliche Gewinnwahrscheinlichkeit von Außenseitern zu überschätzen. Das Gegenteil trifft auf die favorisierten Pferde zu.

4. *Track Take*: Dieser Wert, der normalerweise zwischen 0.15 und 0.25 liegt, bezeichnet den Anteil des Gesamteinsatzes aller Wetten eines Rennens, den sich die Strecke als Erlös zurückhält. Er ist sowohl orts- als auch zeitabhängig und kann sogar am selben Tag auf der selben Rennbahn je nach Art der Wette unterschiedlich sein.

5. *Lock*: Anderes Wort für Arbitragemöglichkeit, also eine Finanzierungsstrategie, bei der ein positiver Gewinn generiert werden kann, aber gleichzeitig fast sicher kein Verlust entsteht.

6. *Cross-Track-Betting*: Dies beschreibt die in den 1980-er Jahren in Amerika populär gewordene Möglichkeit, auf einer Strecke auf Rennen zu wetten, die auf einer anderen Bahn, der sogenannten *Home-Track*, gelaufen werden. Es werden dabei für jede Strecke, an der gewettet werden kann, eigene Pools erstellt.

---

<sup>1</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 251

## Kapitel 2

# EFFICIENCY OF WIN MARKETS AND THE FAVORITE-LONGSHOT BIAS

### 2.1 Der Win Markt

Der Aktienhandel ist wohl das für die meisten Menschen naheliegendste Beispiel eines Finanzmarktes und wurde dementsprechend schon vielfach analysiert und modelliert. Tatsächlich stimmen seine grundlegenden und substantiellen Eigenschaften größtenteils mit dem Markt der Pferdewetten überein, die Unterschiede begrenzen sich hauptsächlich auf das konträre gesellschaftliche Ansehen, das der jeweils durchschnittliche Marktteilnehmer genießt. Die charakteristischen Attribute des Aktienmarktes sind der leichte Marktzugang, die große Anzahl an unabhängigen Teilnehmern, die allgemein zugänglichen und öffentlichen Expertenmeinungen und die Ungewissheit über die zukünftige Entwicklung einzelner Finanzpositionen.<sup>2</sup>

All dies erlaubt eine interessante finanzmathematische Analyse und ist in gleicher Weise auch bei Pferdewetten gegeben. Letzteres hat noch zusätzlich den großen Vorteil, dass sämtliche Finanzinstrumente zu einem vorher festgelegten Zeitpunkt terminieren. Nämlich werden die Wetten immer in den ca. 25 Minuten zwischen zwei Rennen abgegeben und im Anschluss des Rennens weiß jeder sofort, ob und wieviel er gewonnen hat. Diese immense Vereinfachung ist beim Aktienhandel natürlich nicht gegeben, da der Gewinn oder Verlust bei Wertpapieren erst bei Verkauf feststeht und der Zeitpunkt desselben nicht vorgegeben ist. Diese Umstände machen den Markt der Pferdewetten auf der einen Seite für Mathematiker sehr interessant, auf der anderen

---

<sup>2</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 251

scheint die Erreichbarkeit eines *effizienten Marktes* relativ einfach, da jeder Spieler innerhalb weniger Minuten ein Feedback zu allen abgeschlossenen Transaktionen sowie deren Erfolg eines Rennens bekommt und dies einen schnellen Lernerfolg suggeriert.<sup>3</sup>

Unter allen möglichen Wetten, die auf ein Pferderennen abgeschlossen werden können, ist die **Win** Wette die intuitivste und zugleich einfachste: Man gewinnt, wenn das ausgewählte Tier als Erster die Ziellinie überquert. Bei erfolgreichem Tipp auf Pferd  $i$  erhält man pro eingesetzte GE einen Betrag von:

$$\frac{(1 - T)W}{W_i} \quad (2.1)$$

Hierbei bezeichnet  $T$  den *Track Take*,  $W_i$  die Summe des auf das  $i$ -te Tier gesetzten Geldes und  $W$  den **Win**-Pool. Es wird also das eingesetzte Kapital abzüglich den *Track Take* gleichmäßig unter den Gewinnern verteilt.

Die aus finanzmathematischer Sicht wohl wichtigste Frage, die sich bezüglich eines Marktes stellt, ist die nach der *Effizienz* desselben. Dabei muss man sich natürlich zuerst überlegen, welche Art von *Effizienz* untersucht werden soll. Die *schwache Effizienz* ist im Allgemeinen bei den **Win** Märkten vorhanden und wird im nächsten Kapitel näher betrachtet. Der Großteil der Tests bezüglich *starker Effizienz* untersuchen bei genauerer Betrachtung eigentlich die *semi-starke*, da die *Handicapper*, denen ja alle Informationen zur Verfügung stehen, ihre Ergebnisse veröffentlichen und somit allen zugänglich machen.

In einer Studie, der die Daten der Pferderennen in *Arlington* und *Hawthorne* aus dem Jahr 1975 zugrunde liegen, wurde getestet, ob ein Gewinn zu erzielen ist, wenn man auf Pferde wettet, denen die *Handicapper* höhere Gewinnchancen zusprechen, als dies die *Quote* (also Gesamtheit der Spieler) tut. Diese so genannten *Handicapper's overlays* sollten, wenn die Experten die tatsächlichen Wahrscheinlichkeiten besser als der durchschnittlicher Wettteilnehmer einzuschätzen vermögen, eine Auszahlung pro gesetzter GE erzielen, die  $(1-T)$  übersteigt und vielleicht sogar größer als 1 ist. Das Ergebnis besagte aber genau das Gegenteil, da nämlich ein Verlust von 28.4 %, der sogar höher als der *Track Take* von 17 % ist, zu verbuchen war. Also hätte man besser abgeschnitten, wenn man zufällige Wetten abgeschlossen hätte. Somit liegt anhand dieser Untersuchung kein Grund vor, die Hypothese, der **Win** Markt sei *semi-stark effizient*, zu verwerfen.<sup>4</sup>

---

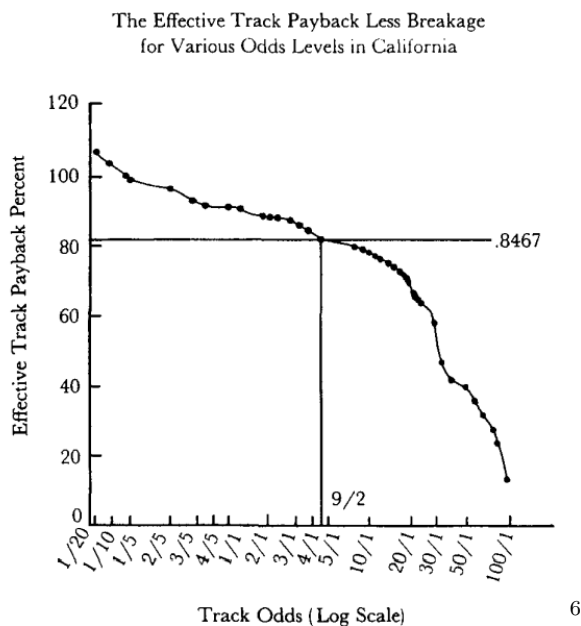
<sup>3</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 256

<sup>4</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 279ff



## 2.2 Die Favorite-Longshot-Bias

In einer Zusammenfassung von mehreren Studien, bei denen insgesamt über 50000 Rennen mit einem *Track Take* von 15.33 % analysiert wurden, ergab sich folgende Graphik, in der die Erwartungswerte der Auszahlung von 1\$-Wetten zu verschiedenen Quoten abgebildet sind. Hierbei erkennt man zwei interessante Dinge: Zum einen ist eine ganz klare *Favorite-Longshot-Bias* zu erkennen, also dass die Gewinnwahrscheinlichkeiten für favorisierte Pferde unterschätzt und Außenseitern zu hohe Chancen eingeräumt werden. Außerdem ist bei Wetten auf Tiere, deren Quote kleiner als 3-10 (i.e. erfolgreiche 1 \$-Wette zahlt 1.30 \$ oder weniger) sogar mit einem Profit zu rechnen, was allerdings gegen das Prinzip eines *schwach effizienten* Marktes verstoßen würde. Da sich solche Möglichkeiten allerdings nur extrem selten ereignen und selbst dann keine allzu hohen Gewinne eingefahren werden können, wird der **Win** Markt grundsätzlich als *schwach effizient* angesehen.<sup>5</sup>



6

Interessanterweise beschränkt sich dieses Phänomen nicht nur auf das Wettverhalten der Allgemeinheit, sondern auch Experten tendieren dazu, langsamen Pferden zu hohe Gewinnchancen zuzusprechen, als ihnen in Wahrheit zustünden und dafür Favoriten schlechter zu bewerten. Betrachtet man nämlich die *Morning-Line-Odds*, lässt sich ein zu *Graphik 1* ähnlicher, sogar noch steiler abfallender Verlauf erkennen.<sup>7</sup>

<sup>5</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 257

<sup>6</sup>Graphik 1

<sup>7</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 276f

# Kapitel 3

## PRICES VERSUS HANDICAPPING: PLACE AND SHOW ANOMALIES

### 3.1 Der Place bzw. Show Markt

Der **Win** Markt erlaubt es einzelnen Spielern also zwar besser abzuschneiden als der Durchschnitt, das Erzielen eines Reingewinns ist allerdings meist nicht möglich. Somit kann dieser Markt als *effizient* angesehen werden und die tatsächliche Wahrscheinlichkeit, dass ein Pferd das jeweilige Rennen gewinnt, kann ziemlich genau, nach Berücksichtigung der *Favorite-Longshot-Bias*, anhand der Quote des Tieres im **Win**-Pool geschätzt werden.

Da die Auszahlung bei gewonnener Wette in den **Place** und **Show** Märkten nicht so einfach ersichtlich ist wie im **Win** Markt, kann man nun hoffen, dass sich in diesem Fall eine Strategie zur Erwirtschaftung statistisch signifikanter Gewinne entwickeln lässt.

Sei nun  $q_i$  die Wahrscheinlichkeit, dass das  $i$ -te Pferd gewinnt, dann kann man die Chance, dass Pferd  $j$  Zweiter wird und  $i$  gewinnt folgendermaßen errechnen:

$$P[i = 1., j = 2.] = \frac{q_i q_j}{1 - q_i} \quad (3.1)$$

Analog kann man auch die für **Show** Wetten relevanten Wahrscheinlichkeiten ableiten:

$$P[i = 1., j = 2., k = 3.] = \frac{q_i q_j q_k}{(1 - q_i)(1 - q_i - q_j)} \quad (3.2)$$

Nehmen wir nun die vollkommen Effizienz des **Win** Marktes an, kann man

die einzelnen  $q_i$  einfach ablesen, indem man  $W_i :=$  'Summe allen auf den Sieg des  $i$ -ten Pferdes gesetzten Geldes',  $W :=$  'Gesamtbetrag aller **Win** Wetten dieses Rennens' und  $N :=$  'Anzahl aller an diesem Rennen teilnehmenden Pferde' definiert.<sup>8</sup>

$$W = \sum_{i=1}^N W_i \quad (3.3)$$

$$q_i \approx \frac{W_i}{W} \quad (3.4)$$

Aufgrund der *Favorite-Longshot-Bias* gilt die Gleichheit bei (3.4) natürlich nicht, allerdings ist diese Approximation für das Rechnen mit **Place** und **Show** Wahrscheinlichkeiten ausreichend, da, wenn die Gewinnwahrscheinlichkeit überschätzt automatisch die Wahrscheinlichkeit, dass das Pferd den zweiten oder dritten Platz erreicht unterschätzt wird, und sich somit diese Bias fast wieder ausgleicht.

Weiters ist natürlich noch wichtig, wie viel Geld wir bei einer gewonnenen **Place** bzw. **Show** Wette pro eingesetzter Geldeinheit erhalten, was in den Gleichungen (3.5) bzw. (3.6) ersichtlich ist, wobei  $T$  den *Track Take* bezeichnet.

$P_j :=$  Summe der auf Pferd  $j$  gesetzten **Place** Wetten

$$P := \sum_{j=1}^N P_j = \text{Place-Pool}$$

$A_{P_j}^i :=$  Auszahlung pro Geldeinheit einer **Place** Wette auf Pferd  $j$ , wenn  $j$  Erster und  $i$  Zweiter oder umgekehrt wird.

$S_k :=$  Summe der auf Pferd  $k$  gesetzten **Show** Wetten

$$S := \sum_{k=1}^N S_k = \text{Show-Pool}$$

$A_{S_k}^{i,j} :=$  Auszahlung pro Geldeinheit einer **Show** Wette auf Pferd  $k$ , wenn  $i, j$  und  $k$  *in the money* sind.

$$A_{P_j}^i = 1 + \frac{P(1 - T) - P_i - P_j}{2P_j} \quad (3.5)$$

$$A_{S_k}^{i,j} = 1 + \frac{S(1 - T) - S_i - S_j - S_k}{3S_k} \quad (3.6)$$

---

<sup>8</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 391f

Anhand dieser Formeln ist gut ersichtlich, dass die Auszahlung einer gewonnenen Wette auf Pferd j nicht nur von der Summe der auf dieses Tier abgeschlossenen Wetten, sondern auch von der Quote eines (**Place**) bzw. zwei (**Show**) weiteren Pferdes/Pferden abhängt.<sup>9</sup>

Im Folgenden wird verifiziert, dass die Rennbahn pro Rennen einen Gesamtbetrag von  $S^*(1-T)$  an die Gewinner der **Show** Wetten auszahlt und somit einen Ertrag von  $S^*T$  einbehält. Die Rechnung mit dem **Place**-Pool funktioniert analog, ist sogar etwas einfacher und wird dementsprechend dem Leser überlassen. Angenommen die Pferde i, j und k nehmen die Podestplatzierungen in beliebiger Reihenfolge ein.

$$\begin{aligned}
S(1-T) &\stackrel{!}{=} \sum \text{Auszahlungen} = S_i * A_{S_i}^{k,j} + S_j * A_{S_j}^{i,k} + S_k * A_{S_k}^{i,j} \\
&= S_i * \left(1 + \frac{S(1-T) - S_i - S_j - S_k}{3S_i}\right) + S_j * \left(1 + \frac{S(1-T) - S_i - S_j - S_k}{3S_j}\right) \\
&+ S_k * \left(1 + \frac{S(1-T) - S_i - S_j - S_k}{3S_k}\right) = S_i + S_j + S_k + 3 * \left(\frac{S(1-T) - S_i - S_j - S_k}{3}\right) \\
&= S(1-T)
\end{aligned}$$

Im nächsten Schritt können wir uns mit den oben genannten Annahmen den Erwartungswert einer **Place** und **Show** Wette errechnen, die als allerletzter Tipp des Pools abgegeben wird. Dabei müssen wir beachten, dass bei den meisten Rennstrecken der Gewinn einer 2GE Wette auf den nächsten 0.1GE - Betrag abgerundet wird. Sei  $X_j^P$  die Zufallsvariable, die den Auszahlungsbetrag einer zusätzlichen 1GE betragende **Place** Wette auf das Pferd j beschreibt ( $X_k^S$  ist analog zu verstehen). Dann gilt für den zu erwartenden Gewinn einer Wette, wobei sich P und ( $\forall i = 1, \dots, N$ )  $P_i$  auf den Zeitpunkt unmittelbar vor Abschluss unserer letzten Wette beziehen:

$$\begin{aligned}
E[X_j^P] &= \sum_{i=1, i \neq j}^N \left(\frac{q_i q_j}{1 - q_i}\right) \left(1 + \frac{1}{20} \left\lfloor 20 * \frac{(P+1)(1-T) - P_i - (P_j+1)}{2(P_j+1)} \right\rfloor\right) \\
&+ \sum_{i=1, i \neq j}^N \left(\frac{q_j q_i}{1 - q_j}\right) \left(1 + \frac{1}{20} \left\lfloor 20 * \frac{(P+1)(1-T) - (P_j+1) - P_i}{2(P_j+1)} \right\rfloor\right)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

---

<sup>9</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 374ff

Die erste Term betrachtet den Fall, dass unser Pferd  $j$  den zweiten Platz erreicht und dann wird über alle möglichen Tiere, die Erster werden können, summiert. Der zweite Summand beschreibt den Sieg von Pferd  $j$  mit allen möglichen Zweitplatzierten.  $x \rightarrow \frac{1}{20} \lfloor 20 * x \rfloor$  beschreibt hier die von der Rennstrecke durchgeführte Abrundung des Auszahlungsbetrages mithilfe der unteren Gauß-Klammer ( $\lfloor x \rfloor := \sup\{n \in \mathbb{N} : n \leq x\}$ ). Die untenstehende Formel ergibt sich aus der Summation aller möglichen Podestreichungen, wenn unser Pferd  $k$  Dritter, Zweiter oder Erster wird (in dieser Reihenfolge).

$$\begin{aligned}
E[X_k^S] = & \\
& \sum_{i=1, i \neq k}^N \sum_{j=1, j \neq i, k}^N \left( \frac{q_i q_j q_k}{(1 - q_i)(1 - q_i - q_j)} \right) \left( 1 + \frac{1}{20} \left\lfloor 20 * \frac{(S + 1)(1 - T) - S_i - S_j - (S_k + 1)}{3(S_k + 1)} \right\rfloor \right) + \\
& \sum_{i=1, i \neq k}^N \sum_{j=1, j \neq i, k}^N \left( \frac{q_i q_k q_j}{(1 - q_i)(1 - q_i - q_k)} \right) \left( 1 + \frac{1}{20} \left\lfloor 20 * \frac{(S + 1)(1 - T) - S_i - (S_k + 1) - S_j}{3(S_k + 1)} \right\rfloor \right) + \\
& \sum_{i=1, i \neq k}^N \sum_{j=1, j \neq i, k}^N \left( \frac{q_k q_i q_j}{(1 - q_k)(1 - q_k - q_i)} \right) \left( 1 + \frac{1}{20} \left\lfloor 20 * \frac{(S + 1)(1 - T) - (S_k + 1) - S_i - S_j}{3(S_k + 1)} \right\rfloor \right)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

In diese Formeln können wir nun die Quoten zum Wettannahmeschluss einiger Pferderennen einsetzen und hoffen, dass wir Möglichkeiten finden, bei denen der gemäß (3.7) bzw. (3.8) errechnete Erwartungswert einer letzten zusätzlichen Wette größer als 1 ist, also mit einem Nettogewinn zu rechnen ist.

## 3.2 Wettstrategie

Aufgrund der zwar geringen aber dennoch vorhandenen Ungenauigkeit der anfangs getätigten Annahmen ( $q_i = W_i/W$  und die Wahrscheinlichkeiten, dass ein Pferd Zweiter bzw. Dritter wird lassen sich rein anhand der  $q_i$  errechnen) ist es sinnvoll, vor Betrachtung der Wettkämpfe einen Wert  $\alpha > 1$  festzulegen. Anschließend betrachtet man nur Rennen, bei denen bei einem Pferd eine **Place** oder **Show** Wettmöglichkeit mit einem Erwartungswert größer als  $\alpha$  errechnet wird. Ist dies der Fall, sollte man einen dementsprechenden Tipp abgeben. Wie viel Geld man aus rein statistischer Sicht setzen

sollte, wird im Laufe der Arbeit noch erläutert.<sup>10</sup>

Nun stellt sich die Frage, ob dieses noch relativ simple System 1.) überhaupt zur Anwendung kommt, also wie oft, wenn überhaupt, ergeben sich Erwartungswerte größer als  $\alpha$ , und 2.) falls ja, ob man auch wirklich einen Gewinn erzielt, wenn man bei jeder dieser Wettmöglichkeiten eine GE setzt. Die untenstehende Tabelle, die aus Daten aus den 1065 Pferderennen der 110 Tage andauernden Sommersaison 1978 des *Exhibition Park* in Vancouver, bei denen 9037 verschiedene Tiere zum Einsatz kamen, erstellt wurde, suggeriert eine positive Beantwortung beider Fragen.

*Results of Betting \$1 to Place or Show on Horses with a Theoretical Expected Return of at Least  $\alpha$*   
Exhibition Park

$\alpha$	Place			Show		
	Number of Bets	Total Net Profit (\$)	Net Rate of Return (%)	Number of Bets	Total Net Profit (\$)	Net Rate of Return (%)
1.04	225	5.10	2.3	612	33.20	5.4
1.08	126	- 10.10	- 8.0	386	53.50	13.9
1.12	69	11.10	16.1	223	40.80	18.3
1.16	40	5.10	12.8	143	26.30	18.4
1.20	18	5.30	29.4	95	21.70	22.8
1.25	11	- 2.70	- 24.5	44	11.20	25.5
1.30	3	- 3	- 100.0	27	10.80	40.0
1.50	0	0	—	3	6	200.0

11

Natürlich will man nicht immer nur eine GE pro Rennen setzen, sondern sein Vermögen langfristig höchstmöglich steigern. Hierfür kann eine Erkenntnis aus dem *Bernoulli capital growth model* verwendet werden, nämlich dass die asymptotische Zunahme des Anfangskapitals maximiert wird, wenn man für jeden Zeitpunkt  $t$  das Optimierungsproblems  $\max_{\lambda \in \mathbb{R}^n} E[\log(\sum_{i=1}^n \lambda_{ti} X_{ti})]$  mit  $\sum \lambda_{ti} \leq w_t$  und  $\lambda_{ti} \geq 0 \forall i = 1, \dots, n$  löst. Hierbei bezeichnen  $\lambda_{ti}$  den Betrag, den man in das  $i$ -te Asset (von insgesamt  $n$ ) investiert,  $X_{ti}$  die Zufallsvariable der Auszahlung des  $i$ -ten Assets und  $w_t$  unser Kapital zum Zeitpunkt  $t$ . Dabei muss angenommen werden, dass  $\forall t \forall i X_{ti}$  nur endlich viele verschiedene Werte annehmen kann und für  $t_1 \neq t_2$  die Zufallsvariablen  $X_{t_1, i}$  und  $X_{t_2, j}$  unabhängig sind. Dies ist bei Pferderennen allerdings beides gegeben, da die  $n$  Assets (= Wetten auf teilnehmende Pferde) nach Wettannahmeschluss nur die festgelegte Quote oder 0 auszahlen und die Ausgänge der einzelnen Ren-

<sup>10</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 379f

<sup>11</sup>Tabelle 1

nen an einem *Racing Day* im Normalfall voneinander unabhängig sind.<sup>12</sup>

Die bestmöglichen Wetten hängen dabei nicht nur von den Quoten, sondern auch vom Anfangskapital und der Höhe der einzelnen Pools ab, da jede zusätzliche Wette die Quote ändert und somit ein Tipp in der Höhe eines fixen Betrages bei unterschiedlicher Pool-Größe verschiedenen Einfluss auf die am Ende mögliche Auszahlung hat. Bis jetzt haben wir angenommen, dass unsere Wetten die letzten vor Wettannahmeschluss sind. Dies erweist sich aber in der Praxis als im Allgemeinen unzutreffend, vor allem da die Lösung des obenstehenden Optimierungsproblems selbst bei Zuhilfenahme technischer Hilfsmittel einige Zeit in Anspruch nimmt.

Um diese zu verkürzen, und somit unsere Berechnungsgrundlagen näher an die tatsächlichen finalen Quoten heranzuführen, wurde anhand der Daten und des Track Takes der Rennen im Sommer 1978 im *Exhibition Park* folgende Approximationen für ein Anfangskapital von  $w_0 = 2500\$$  durch Regression errechnet:

$$E[X_{j^*}^P] \approx 0.3944 + 0.51338 \frac{W_{j^*}/W}{P_{j^*}/P}, R^2 = 0.776 \quad (3.9)$$

$$E[X_{k^*}^S] \approx 0.64514 + 0.32806 \frac{W_{k^*}/W}{S_{k^*}/S}, R^2 = 0.650 \quad (3.10)$$

$j^*$  bezeichnet das Pferd, bei dem im **Place**-Pool die größte Ineffizienz vorhanden ist, also bei dem  $\frac{W_{j^*}/W}{P_{j^*}/P}$  maximal ist; analog ist  $k^*$  im **Show**-Pool zu verstehen. Ergeben (3.9) bzw. (3.10.) einen Wert größer als  $\alpha = 1.20$  wurde die Höhe der optimalen **Place** bzw. **Show**-Wette auf dieses Pferd wie folgt näherungsweise durch Regression errechnet.<sup>13</sup>

$$p_{j^*} = -459.32 + 1715.6q_{j^*} - 0.042518q_{j^*}P - 7440.1q_{j^*}^2 + 13791q_{j^*}^3 + 0.10247P_{j^*} + 49.572\ln(w_0), R^2 = 0.954 \quad (3.11)$$

$$s_{k^*} = -660.97 - 867.69q_{k^*} + 0.25933q_{k^*}S + 3715.2q_{k^*}^2 - 0.19572S_{k^*} + 77.014\ln(w_0), R^2 = 0.970 \quad (3.12)$$

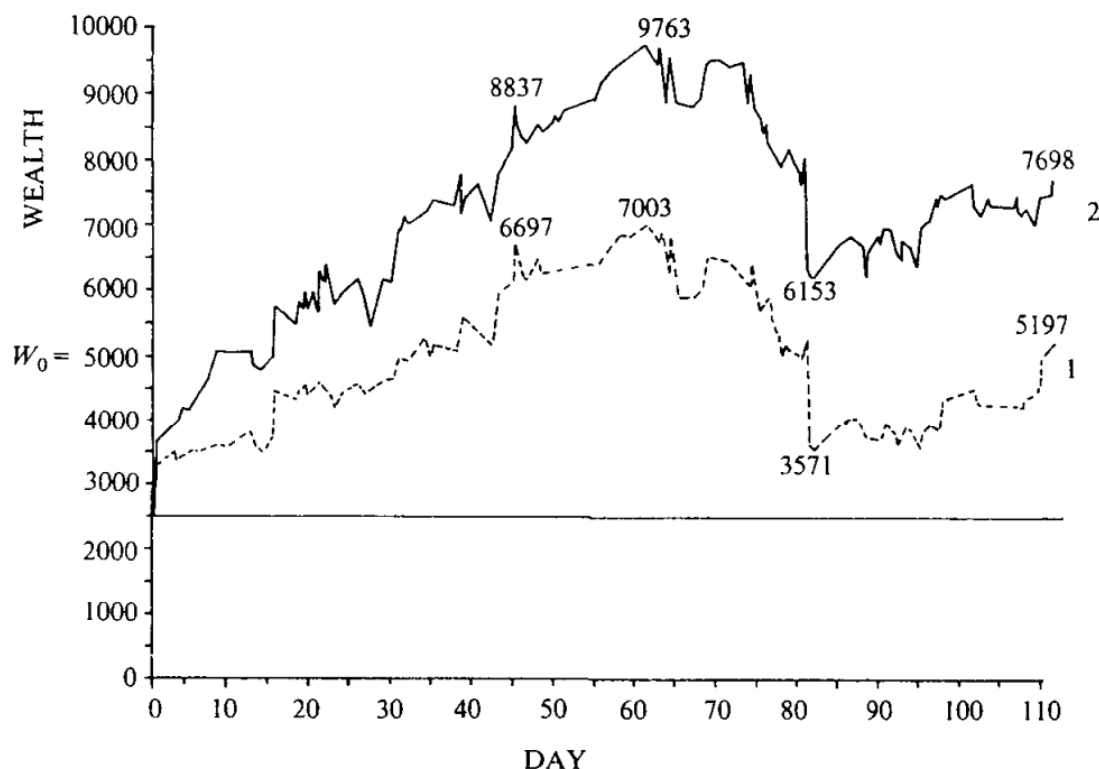
In der nachstehenden Graphik sieht man den Kapitalverlauf, wenn man mit den finalen Quoten des *Exhibition Park* 1978 nach dem (1) *logarithmischen Maximierungssystem* oder (2) *approximierten Regressionssystem* je-

---

<sup>12</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 381

<sup>13</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 385f

weils mit  $w_0 = 2500\$$  und  $\alpha = 1.20$  gewettet hätte. In beiden Fällen erwirtschaftet man einen nicht unbeachtlichen Reingewinn von 2697 \$ bzw. 5198 \$, wobei 111 bzw. 174 Wetten über den Sommer verteilt platziert worden wären. Der höhere Profit des *approximierten Regressionssystems* bei gleichzeitiger höherer Anzahl an abgeschlossenen Wetten legt nahe, dass der Gewinn bei Senkung von  $\alpha$  noch erhöht werden könnte.<sup>14</sup>



15

### 3.3 Locks

Für den einzelnen Spieler wäre es natürlich am besten, Gewinne einzufahren, ohne dabei einen Verlust zu riskieren. Dies widerspräche allerdings der Theorie des *effizienten* Marktes, womit solche *locks* im **Win** Markt nicht bis äußerst selten vorkommen. Ein Beispiel dafür lässt sich allerdings manchmal durch *Cross-Track-Betting* erreichen, da für ein Rennen mehrere Pools mit

<sup>14</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 386

<sup>15</sup>Graphik 2



zum Teil stark unterschiedlichen Quoten eröffnet werden. Folgende Tabelle demonstriert eine Arbitragemöglichkeit aus dem Jahr 1983. Wenn man auf jedes Pferd jeweils auf der Strecke mit der höchsten Quote für ebendieses Tier genau eine so hohe **Win** Wette abschließt, dass man 1 \$ Gewinn verbuchen würde, addieren sich die Einsätze auf 0.9356 \$ und man erzielt einen garantierten Profit von 0.0644 \$.

Horse No.	Highest Win Return (on a \$1 Bet)	Track	\$ Amount of Wager That Will Return \$1
1	29.40	Louisiana Downs	.0340
2	12.70	Louisiana Downs	.0787
3	34.60	Los Alamitos	.0289
4	169.90	Hollywood	.0059
5	56.90	Louisiana Downs	.0176
6	5.70	Louisiana Downs	.1754
7	10.60	Pimlico	.0943
8	76.60	Louisiana Downs	.0131
9	116.10	Hollywood	.0086
10	2.20	Los Alamitos	.4545
11	40.60	Los Alamitos	.0246
<b>Total</b>			<b>.9356</b>

16

Dieses simple Beispiel kann natürlich in der Hoffnung auf häufigere und höhere Gewinne auch auf **Place** und **Show** Wetten ausgeweitet werden. Die zumindest weitestgehende *Effizienz* des **Win** Marktes ist bereits bekannt, nun stellt sich allerdings in Hinblick auf *Cross-Track-Betting* die Frage, welcher **Win** Markt damit gemeint ist. Jeder einzelne, der auf der *Home-Track* oder die Summe aller? Die *Effizienz* jeden einzelnen **Win** Marktes kann aufgrund der oft sehr hohen Quotenunterschieden verworfen werden und davon ausgehend gilt dasselbe auch für die Summe aller Strecken. Betrachtet man allerdings nur die *Home-Track* kann die Theorie aus den vorherigen Kapiteln angewendet werden. Wenn man jetzt die Gewinnwahrscheinlichkeiten, gegebenenfalls unter Berücksichtigung der *Favorite-Longshot-Bias*, aus den Quoten des *Home-Track-Win*-Pools abliest, kann man sich die Erwartungswerte der einzelnen **Win**, **Place** und **Show** Wetten auf jeder Strecke berechnen und man kann wie im letzten Kapitel diejenigen Wetten abschließen, deren Erwartungswert größer  $\alpha > 1$  ist.

In einer Studie wurde, mit  $\alpha = 1.10$ , bei den *Triple-Crown-Races Pre-akness* (1982-1985), *Belmont* (1982-1985) und dem *Kentucky Derby* (1984-1985) untersucht, ob man mithilfe von *Cross-Track-Betting* auf Wetten mit Erwartungswert der Auszahlung größer als  $\alpha$ , deren Höhe durch ein Opti-

<sup>16</sup>Tabelle 2

mierungsverfahren mit Anfangskapital für jede Veranstaltung und Jahr von 2500 \$ errechnet wurde, ein Profit zu erwirtschaften ist. Das Ergebnis war ein Reingewinn von 2647.80 \$, was einem durchschnittlichen Profit von 264.78 \$ pro Rennen und Jahr entspricht. Davon lässt sich allerdings aufgrund der geringen Stichprobenanzahl von 10 leider keine statistisch signifikante Aussage ableiten. Weiters kommt hierbei hinzu, dass es sich bei den drei Rennen um die wohl bekanntesten in Nordamerika handelt und somit die Öffentlichkeit, egal auf welcher Strecke man wettet, relativ gut informiert ist. Man kann somit bei weniger bekannten Rennen auf höhere Profitmöglichkeiten hoffen.<sup>17</sup>

Eine weitere Möglichkeit, *Locks* auszunutzen kann vor allem in **Show** Märkten bei extrem hohen Favoriten auftreten. Dies ergibt sich aus dem Umstand, dass die ausgezahlten Gewinnen zwar auf den nächste 0.05 \$ oder 0.10 \$ abgerundet werden, die meisten Rennstrecken aber einen Minimalgewinn von 1.05 \$ auf eine 1 \$ Wette versprechen. Bei dem extremsten Beispiel, dass der gesamte **Win**-Pool auf ein einziges Pferd gesetzt wurde, das dann auch das Rennen gewinnt, wäre die normale Auszahlung pro gesetzten Dollar  $\frac{(1 - T)W}{W_i} = \frac{(1 - T)W}{W} = 1 - T < 1.05$ . Statt einem Gewinn von  $W \cdot T$  widerfährt der Strecke also ein Verlust von  $W \cdot 0.05$  und man spricht von einem *Minus-Pool*. Aufgrund der extremen Rarität dieser Art von *Locks* für **Win** und **Place** Tipps, betrachten wir im Folgenden nur *Minus-Pools* in **Show** Märkten, bei denen über 95 % der abgeschlossenen Wetten auf ein Pferd entfallen. Ebendies ergab sich 1979 bei dem *Alabama Stakes* Rennen, bei dem 95.5 % des **Show**-Pools auf *Davona Dale* gesetzt wurde.

Horse	Win Odds to \$1	Win Probability	Show Bet	% of Show Pool
Davona Dale	0.30	0.661	\$435,825	95.5
It's in the Air	3.10	0.210	7,901	1.7
Mairzy Doates	13.40	0.050	4,518	1.0
Poppycock	17.50	0.037	4,417	1.0
Croquis	15.40	0.042	3,873	0.8
		1.000	\$456,534	100.0

18

Wenn nun die haushohe Favoritin auch wirklich das Podest erreicht, gewinnen wir 0.05 \$ für jeden auf *Davona Dale* und die beiden anderen *in the money* platzierten Pferde gesetzten Dollar, was die Verluste aus den letz-

<sup>17</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 410ff

<sup>18</sup>Tabelle 3

ten beiden Pferden übertrumpfen soll. Gleichzeitig müssen die Gewinne der Wetten auf die anderen Tiere ausreichen, um einem Verlust bei einem 4. oder 5. Platz der Favoritin vorzubeugen. Unter den Annahmen, dass unsere Wette die Quoten nicht ändern und die vier nicht favorisierten Pferde von der Allgemeinheit gleich bewertet sind, kommt man relativ leicht zu einer Arbitragemöglichkeit, bei der man, egal wie das Rennen ausgeht, einen in etwa gleichen, positiven Gewinn erwirtschaftet, wobei  $F$  den auf die Favoritin gesetzten Anteil des **Show-Pools**,  $x$  unsere Wette auf ebendiese und  $y$  unseren Tipp auf eines der vier anderen Tiere bezeichnet. Landet *Davona Dale* auf dem Podest erhalten wir einen Reingewinn von:

$$0.05(x + 2y) - 2y = 0.05x - 1.90y \stackrel{!}{>} 0 \quad (3.13)$$

Anderenfalls beträgt der Profit:

$$3y \left( \frac{(1 - T)S - 3S \frac{1 - F}{4}}{3S \frac{(1 - F)}{4}} \right) - x - y \stackrel{!}{>} 0 \quad (3.14)$$

Wären die Quoten der vier anderen Pferde gleich, könnten wir einen vom Ausgang des Rennens unabhängigen Gewinn von 53.60 \$ mit einem Anfangskapital von 2500 \$ erwirtschaften, indem wir  $x = 2364\$$  und  $y = 34\$$  setzen. Ohne dieser Annahme verkompliziert sich die Schlussrechnung und das Ergebnis lautet  $x^* = 2366.04\$$ ,  $y_1^* = y_2^* = y_3^* = 34.54\$$  und  $y_4^* = 30.34\$$ , wobei  $y_i^*$  die Höhe der Wette auf das  $i$ -te nicht favorisierte Pferde bezeichnet, deren Reihenfolge der in der obigen Tabelle entspricht. Diese Parameter sind erstaunlich nah bei unseren erster Schätzung und ergeben einen risikolosen Profit von 2366.04 \$.<sup>19</sup>

*Locks* sollte man dementsprechend nicht übersehen, da einem dadurch garantierter Gewinn entgeht und deren Vorhandensein nicht alltäglich ist. Dabei muss auch noch angemerkt werden, dass man bestenfalls möglichst große *Minus-Pools* finden sollte, da man in diesen höhere Wetten abschließen kann, ohne die Quoten zu stark negativ zu beeinflussen.

---

<sup>19</sup>Vgl. HLZ 2008, Seite 424ff

# Kapitel 4

## Quellenverzeichnis

### 4.1 Literatur

'Efficiency of Racetrack Betting Markets', 2008 Edition von Donald B. Hausch, Victor S.Y. Lo und William T. Ziemba.

Hierbei handelt es sich um eine Sammlung wissenschaftlicher Artikel in englischer Sprache, die als Grundlage für meine Arbeit diente. In den Fußnoten ist dieses Buch, in Anlehnung an die Autoren sowie das Erscheinungsjahr, unter der Bezeichnung HLZ 2008 zu finden. Auf welche Artikeln sich meine Zitationen beziehen, ist in dem oben genannten Buch anhand der angegebenen Seitenzahl ersichtlich.

Donald B. Hausch ist Professor an der Wisconsin School of Business (USA) und spezialisierte sich in seiner Forschung auf die Spieltheorie im Anwendungsbereich von Auktionen mit mehreren unabhängigen Mitbietern.<sup>20</sup> Victor S.Y. Lo war 2008 an der University of British Columbia (Kanada) vor allem in den Bereichen Marketing, Risiko-Management und Verarbeitung großer Daten tätig.<sup>21</sup> Sein Kollege an der University of British Columbia, William T. Ziemba, hat seine Forschung unter anderem dem Asset-Liability-Management, der Portfolio-Theorie sowie den Sportwetten gewidmet. Des weiteren hat er im Zuge seiner Arbeit einige Artikel zu den Themen Operational Research und Management Science veröffentlicht.<sup>22</sup>

---

<sup>20</sup>Vgl. <https://wsb.wisc.edu/directory/faculty/donald-hausch>, 13.01.2021/20:47

<sup>21</sup>Vgl. <https://www.niss.org/people/victor-sy-lo>, 13.01.2021/20:55

<sup>22</sup>Vgl. <http://www.williamtziemba.com/about-me>, 13.01.2021/21:00

## 4.2 Tabellen und Graphiken

Graphik 1: HLZ 2008, Seite 258

Tabelle 1: HLZ 2008, Seite 381

Graphik 2: HLZ 2008, Seite 386

Tabelle 2: HLZ 2008, Seite 411

Tabelle 3: HLZ 2008, Seite 425