



SEMINARARBEIT

Riskomanagment in Versicherungsunternehmen

ausgeföhrt am
Institut für Finanz- und Versicherungsmathematik
TU Wien

unter der Anleitung von
Stefan Gerhold
durch
Tatjana Lucic
Matrikelnummer: 01528752

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	1
1.1 Statistische Grundlagen	1
1.2 Risikomaße	2
2 Elemente der Versicherungsanalytik	4
2.1 Das Individuelle Modell	4
2.2 Kollektive Modelle	5
2.3 Panjer - Rekursion	7
3 Die Aufgabe des Risikomanagements	12
4 Risikoteilung und Rückversicherung	14
4.1 Proportionale Rückversicherung	15
4.1.1 Quotenrückversicherung	15
4.1.2 Summenexzedenten - Rückversicherung	16
4.2 Nichtproportionale Rückversicherung	18
4.2.1 Einzelschadenexzedent	18
4.2.2 Kumulschadenexzedenten - Rückversicherung	19
Bibliographie	19

Kapitel 1

Grundlagen

1.1 Statistische Grundlagen

In der Wahrscheinlichkeitstheorie wird ein **Zufallsexperiment** als ein Vorgang bezeichnet, dessen Ergebnis nicht mit Sicherheit vorausgesagt werden kann. Die Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments wird **Grundgesamtheit** genannt und mit Ω bezeichnet. Eine **Zufallsvariable** X eines Zufallsexperiments ist eine Funktion, die jedem Ereignis eine Zahl zuordnet:

$$X : \Omega \implies \mathbb{R}$$

Es gibt zwei verschiedene Klassen von Zufallsvariablen und zwar **diskrete** und **stetige**. Eine diskrete Zufallsvariable ist eine Zufallsvariable mit einem endlichen Wertebereich. Die Beispiele dafür sind Würfeln oder Munzwurf. Eine stetige Zufallsvariable hat einen überabzählbaren Wertebereich z.B. Renditeverlauf einer Aktien.[1]

Der **Erwartungswert** wird auf eine Wahrscheinlichkeitsverteilung angewendet und ermittelt den Wert, der bei sehr häufiger Wiederholung des Zufallsexperiments am ehesten als Mittelwert zu erwarten ist (daher der Name "Erwartungswert"). [2]

Abhängig davon, ob die Zufallsvariable stetig oder diskret ist, berechnen wir Erwartungswert auf folgende Weise:

- Diskrete Zufallsvariable $\mathbb{E}[x] = \sum_{i=1}^n x_i p(x_i)$
- Stetige Zufallsvariable $\mathbb{E}[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$

Unter der **Verteilungsfunktion** verstehen wir eine Funktion F , die jedem x einer Zufallsvariablen X genau eine Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(X \leq x)$ zuordnet.

$$\text{d.h.} \quad F : x \implies \mathbb{P}(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} \mathbb{P}(x = x_i) \quad [2]$$

1.2 Risikomaße

Die Berechnung von Risikomaßen ist eine Teilaufgabe der Risikoquantifizierung. Unter Risikoquantifizierung versteht man die Bewertung von Risiken durch den Beschreibung mittels einer geeigneten Verteilungsfunktion, diese kann auch anhand historische Daten geschätzt sein.

In der Risikothorie gibt es zwei alternative Variante für Beschreibung der identifizierten Risiken:

1. Zwei Verteilungsfunktionen: eine zur Darstellung der Schadenhäufigkeit in einer Periode (beispielweise mit Hilfe der Binomialverteilung) und eine weitere zur Darstellung der Schadenhöhe je Schadenfall (beispielweise mithilfe der Normalverteilung)
2. Eine verbundene Verteilungsfunktion, mit der Risikowirkung in einer Periode dargestellt wird. [1]

Aus der Verteilungsfunktion lassen sich Risikomaße wie Streuung oder der Value at Risk zum Vergleichen von Risiken ableiten. Ein Risikomaß ist nun eine Zuordnung, welche einer Verteilungsfunktion einen reellen Wert zuordnet. Dieser Wert soll zugehörige Risiko darstellen.

Die Risikomaße können sich auf Einzelrisiken (zum Beispiel Schanlagschäden) aber auch auf dem Gesamtrisikoumfang (etwa bezogen auf Gewinn) eines Unternehmens beziehen [3]. Die quantitative Bewertung einer Gesamtrisikoposition erfordert eine Aggregation¹ der Einzelrisiken.

Risikomaße lassen sich grundsätzlich unterscheiden in Maße für ein einzelnes Risiko oder Maße, die das Risiko zweier Zufallsgrößen zueinander in Beziehung setzt. Eine solche Maß ist beispielweise die Kovarianz bzw. der Korrelationskoeffizient.

Die Kovarianz von zwei Zufallsvariablen X und Y ist definiert als

¹Risikoaggregation ist eine Zusammenfassung aller Risiken, nicht jedoch deren einfache Addition [4]

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}[X \cdot Y] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$$

Korelationskoeffizient: $\rho(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$ mit $-1 \leq \rho(x, y) \leq 1$

Standardabweichung: $\sigma(x) = \sqrt{\text{Var}(x)}$

Dies ist ein absolutes Risikomaß - je größer die Streuung, desto größer des Risiko [1].

Kapitel 2

Elemente der Versicherungsanalytik

2.1 Das Individuelle Modell

Wir betrachten [3] nun ein Versicherungsportfolio mit $n \geq 1$ Versicherungsverträge über einen festen Zeitraum (z.B ein Jahr). Den Gesamtschaden des Portfolios bezeichnen wir mit S . Wenn man alle Einzelschäden X_i , $i \in 1 \dots n$ kennt, gilt es natürlich

$$S = \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.1.1)$$

Die Zufallsvariable X_i sind nichtnegativ und unabhängig, aber notwendigerweise identisch verteilt.

Für das Versicherungsunternehmen ist es wichtig, den Erwartungswert (Nettoprämie), die Varianz (Schwankungsmaß), andere Momente (Schiefe, ...) zu kennen. [5]

$$\mathbb{E}[S] = \sum_{i=1}^n \mathbb{E}[X_i] \quad (2.1.2)$$

$$Var[S] = \sum_{i=1}^n Var[X_i] \quad (2.1.3)$$

$$M_s[t] = \prod_{i=1}^n M_{X_i}[t] \quad (2.1.4)$$

2.2 Kollektive Modelle

Um kollektive Modelle zu modellieren, betrachten wir nun den Fall, in dem $X_i > 0$ ist. Wir führen eine neue diskrete Zufallsvariable ein. Das ist Schadenanzahl N .

$$N = \sum_{i=1}^n I_i \quad \text{mit} \quad I_i = I_{(X_i > 0)}$$

Hier sieht man, dass $(I_i)_{i \in 1 \dots n}$, iid $\text{Ber}(p)$ Verteilung hat und daraus folgt:

$$\mathbb{P}[x > 0] = 1 - F(0) = p$$

$$\mathbb{P}[x = 0] = F(0)$$

In einem kollektiven Modell wird die Folge von Schadenhöhe mit $(Y_k)_{k \geq 1}$ bezeichnet und dann ist der Gesamtschaden

$$S = \sum_{k=1}^N Y_k \tag{2.2.1}$$

F_x ist eine Verteilungsfunktion im individuellen Modell des Einzelschadens X_i . Aber im kollektiven Modell brauchen wir, wegen der Bedingung, die wir für X haben, eine neue Verteilungsfunktion.

Wir bezeichnen diese Verteilungsfunktion mit G und sie wird auf folgende Weise definiert:

$$\begin{aligned} G_x(x) &= \mathbb{P}[X \leq x | x > 0] = \frac{\mathbb{P}[0 < X \leq x]}{\mathbb{P}[x > 0]} \\ &= \frac{F_x(x) - F_x(0)}{1 - F_x(0)} = \frac{F_x(x) - (1 - p)}{p} \end{aligned}$$

Satz 2.1

Unter der Annahme, dass $\mathbb{E}[N] < \infty$ und $\mathbb{E}[Y] < \infty$ ist, haben wir folgendes:

$$\mathbb{E}[S] = \mathbb{E}[N]\mathbb{E}[Y] \tag{2.2.2}$$

$$\text{Var}[S] = \text{Var}[N]\mathbb{E}[Y]^2 + \mathbb{E}[N]\text{Var}[Y] \tag{2.2.3}$$

$$M_s[t] = M_N(\log M_y(t)) \tag{2.2.4}$$

Beweis:

- $\mathbb{E}[S] = \mathbb{E}[S_N] = \sum_{n \geq 0} \mathbb{E}[S; N = n]$

$$= \sum_{n \geq 0} \mathbb{E}[\sum_{k=1}^n Y_k; N = n]$$

$$= \sum_{n \geq 0} \mathbb{E}[\sum_{k=1}^n Y_k] \cdot \mathbb{P}[N = n]$$

$$= \sum_{n \geq 0} \sum_{k=1}^n \mathbb{E}[Y_k] \cdot \mathbb{P}[N = n]$$

$$= \sum_{n \geq 0} n \cdot \mathbb{E}[Y] \cdot \mathbb{P}[N = n]$$

$$= \mathbb{E}[Y] \cdot \sum_{n \geq 0} n \cdot \mathbb{P}[N = n] = \mathbb{E}[N]\mathbb{E}[Y]$$
- $Var[S] = \mathbb{E}[S^2] - \mathbb{E}[S]^2$

$$= \mathbb{E}[\mathbb{E}[S^2|N]] - \mathbb{E}[\mathbb{E}[S|N]]^2$$

$$= \mathbb{E}[Var[S|N] + \mathbb{E}[S|N]^2] - \mathbb{E}[\mathbb{E}[S|N]]^2$$

$$= \mathbb{E}[Var[S|N] + \mathbb{E}[\mathbb{E}[S|N]^2]] - \mathbb{E}[\mathbb{E}[S|N]]^2$$

$$= \mathbb{E}[Var[S|N]] + Var[\mathbb{E}[S|N]]$$

$$Var[S|N] = Var[\sum_{k=1}^N Y_k|N] = N \cdot Var[Y]$$

$$\mathbb{E}[S|N] = \mathbb{E}[\sum_{k=1}^N Y_k|N] = \mathbb{E}[Y] \cdot N$$

$$Var[S] = \mathbb{E}[N \cdot Var[Y]] + Var[\mathbb{E}[Y] \cdot N]$$

$$= \mathbb{E}[N] \cdot Var[Y] + Var[N] \cdot \mathbb{E}[Y]^2$$
- $M_S(t) = \mathbb{E}[e^{ts}] = \mathbb{E}[\mathbb{E}[e^{ts}|N]]$

$$= \mathbb{E}[\mathbb{E}[e^{t \sum_{k=1}^N Y_k}|N]]$$

$$= \mathbb{E}[M_Y(t)^N]$$

$$= \mathbb{E}[e^{N \log M_Y(t)}]$$

$$= M_N(\log M_Y(t)) \quad \square$$

Das Hauptziel dieses Abschnittes ist die analytische und numerische Berechnung von F_s , für die die Annahmen über Y_k und N erforderlich sind.

Zusammengesetzte Summen (Compound sums)

Wir haben bereits erwähnt, dass die Zufallsvariablen Y_k unabhängig und identisch verteilt sind und dass sie gemeinsame Verteilungsfunktion G haben.

Weiter bezeichnen wir den Fall (2.2.1) als zusammengesetzte Summe.

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion von N wird mit $p_N(k) = \mathbb{P}(N = k)$ für $k = 0, 1, 2, \dots$ bezeichnet.

Satz 2.2

Zusammengesetzte Verteilung (Compound distribution)

Sei S eine zusammengesetzte Summe. Dann ist für alle $x \geq 0$

$$F_s(x) = \mathbb{P}(S \leq x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_N(k) G^{(k)}(x) \quad (2.2.5)$$

wobei $G^{(k)}$, die k -te Faltung von G . Man beachtet, dass $G(0) = 1$ für $x \geq 0$ und $G^{(0)}(x) = 0$ für $x < 0$ ist.

Beweis:

Wir nehmen $x > 0$ an. Dann

$$\begin{aligned} F_s(x) &= \mathbb{P}(S \leq x) = \mathbb{P}[\sum_{i=1}^N Y_i \leq x] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{P}[\sum_{i=1}^N Y_i \leq x, N = k] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{P}[\sum_{i=1}^N Y_i \leq x] \mathbb{P}[N = k] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} G^{(k)}(x) p_N(k) \quad \square \end{aligned}$$

Obwohl die Formel (2.2.5) explizit ist, ist ihre tatsächliche Begründung in bestimmten Fällen schwierig, wegen der Faltung von Verteilungsfunktion.

Aus diesem Grund finden Aktuarer verschiedene numerische Approximationen, um dieses Problem zu lösen.

2.3 Panjer - Rekursion

Weiter werden wir über eine wichtige Approximationsklasse sprechen, die auf der rekursiven Methode basiert. Diese rekursive Methode kann nur dann entwickelt werden, wenn die Einzelschadenshöhen Y_i diskret sind und Verteilungsfunktion von N bestimmte Bedingungen erfüllt.

Unter der Annahme, dass Y_i eine diskrete Zufallsvariable ist, sind die Werte von Y_i nichtnegativ.

Um diese Methode besser zu erklären, werden die folgenden Bezeichnungen eingeführt:

$$g_k = \mathbb{P}(Y = k)$$

$$p_k = \mathbb{P}(N = k)$$

(zur Vereinfachung der Schreibweise schreiben wir p_k für $p_N(k)$) und

$$s_k = \mathbb{P}(S = k)$$

Es ist weiterhin leicht anzunehmen, dass $g_0 = 0$ gilt und $g_k^{(n)} = \mathbb{P}(Y_1 + \dots + Y_n = k)$ sei, die diskrete Faltung der Wahrscheinlichkeitsfunktion (Zähldichte) g_k .

Wir bekommen sofort folgendes:

$$s_0 = \mathbb{P}[S = 0] = \mathbb{P}[N = 0] = p_0$$

$$s_n = \mathbb{P}[S = n] = \sum_{k=1}^{\infty} p_k \cdot g_n^{(k)} \quad n \geq 1$$

Diese Formel ist aufgrund der Faltung $g_n^{(k)}$ sehr schwer zu berechnen. Für eine wichtige Klasse diskreter Variablen N kann sie jedoch auf eine einfache Rekursion reduziert werden. Hierzu stellen wir die sogenannten Panjer - Klassen vor.

Definition 2.3.1 (Panjer - Klassen)

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion (p_k) von N gehört für einige $a, b \in \mathbb{R}$ zur Panjer (a, b) - Klasse, wenn die folgende Beziehung für $r \geq 1$ gilt:

$$p_r = (a + (b/r))p_{r-1}$$

Beispiel 2.3.1. (Poisson)

Wenn $N \sim \text{Poi}(\lambda)$ ist, dann erfüllt seine Wahrscheinlichkeitsfunktion, die $p_r = e^{-\lambda} \frac{\lambda^r}{r!}$ heißt Gleichung $\frac{p_r}{p_{r-1}} = \frac{\lambda}{r}$, so dass N zur Panjer - Klasse (a, b) mit $a = 0$ und $b = \lambda$ gehört.

Satz 2.3 (Panjer - Rekursion)

Angenommen, N erfüllt die Bedingung von Panjer - Klasse (a, b) und $g_0 = 0$, dann ist

$$s_0 = p_0 \text{ und}$$

$$s_n = \sum_{k=1}^n \left(a + \frac{bk}{n}\right) g_k \cdot s_{n-k}$$

In folgenden Übungen [9] werden wir uns mit der Berechnung der Verteilungsfunktion anhand einer expliziten Formel und der rekursiven Formel von Panjer befassen.

Wir können hier deutlich die Wirksamkeit von Panjer Rekursion sehen.

Übung 1:

Sei S zusammengesetzte Poisson - Verteilung mit $\lambda = 2$ und $g(k) = \frac{k}{10}$,
 $k = 0,1,2,3,4$

$$p_k = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$s_n = \sum_{k=1}^{\infty} p_k \cdot g_n^{(k)}$$

$$g_n^{(k)} = \sum_{k=0}^k g_k^{k-1} g_{n-k}$$

k	g(k)	p(k)	$g_n^{(0)}$	$g_n^{(1)}$	$g_n^{(2)}$	$g_n^{(3)}$	$g_n^{(4)}$	Sn
0	0	0,135	1	0	0	0	0	0,135
1	1/10	0,271	0	0,1	0	0	0	0,027
2	2/10	0,271	0	0,2	0,01	0	0	0,056
3	3/10	0,180	0	0,3	0,04	0,001	0	0,092
4	4/10	0,090	0	0,4	0,1	0,006	0,0001	0,136

Abbildung 2.1

Übung 2:

Das Gleiche wie in Übung 1, aber jetzt mit Panjer Rekursions.

$$s_n = \sum_{k=1}^n \left(a + \frac{bk}{n}\right) g_k s_{n-k}$$

k	g(k)	Sn
0	0	0,135
1	1/10	0,027
2	2/10	0,056
3	3/10	0,092
4	4/10	0,136

Abbildung 2.2

Kapitel 3

Die Aufgabe des Risikomanagements

Solvency II ist eine neue Richtlinie der Europäischen Union, die 2016 eingeführt wurde. Diese dient als Ausgangspunkt zur Ermittlung der Solvenzkapitalanforderung und stellt die Basis zur Ermittlung der Eigenmittel dar. Nach Solvency II müssen auch Versicherungsunternehmen ein wirksames Risikomanagementsystem einrichten, das alle erforderliche Analyse, Bewertung, Kontrolle umfasst.

Die Geschäftsführung eines Versicherungsunternehmens muss ein Risikobewusstsein entwickeln und diesen kontinuierlich gelebt wird.

Eine Gesamtstrategie, die neben den Mindestanforderungen des Gesetzgebers ein System zur internen Selbststeuerung liefert, ist wünschenswert:

- Verbesserung der Risikostruktur
- Integration der Einzelsysteme
- Eingrenzung der wesentlichen Risiken Vorgehensweise

Abbildung 3.1 zeigt den Regelkreis des Risikomanagements in der Praxis. Ein effizienter Risikomanagement-Prozess funktioniert ähnlich dem menschlichen Organismus oder anderer Netzwerkstrukturen in der Natur.

In einem menschlichen Organismus arbeiten Gehirn, Herz und Nervensystem zusammen. Netzwerke sind anpassungsfähig und flexibel, haben gemeinsame Ziele, spielen zusammen und vermeiden Hierarchien. Netzwerkstrukturen sind skalierbar und außerordentlich überlebensfähig.

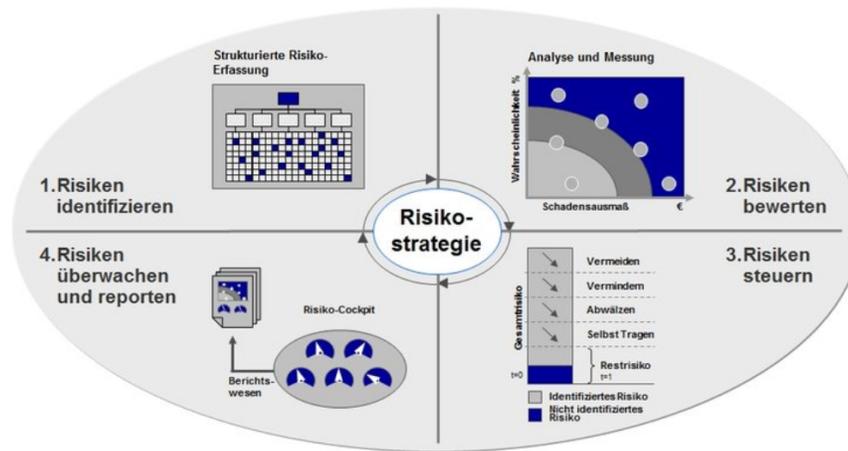


Abbildung 3.1

Die Arten von Risiken, auf die Risikomanagementsysteme achten müssen, sind:

1. Versicherungstechnisches Risiko
2. Marktrisiko
3. Kreditrisiko
4. Liquiditätsrisiko
5. Konzentrationsrisiko
6. Strategisches Risiko
7. Reputationsrisiko
8. Operationelles Risiko

Das in Abschnitt 2.2 erwähnte Zusammengesetzte Modell ist das Basismodell für die Berechnung des operationellen Risikos. Das operative Risikomanagement beinhaltet den Prozess der systematischen und laufenden Risikoanalyse der Geschäftsabläufe. [1][9]

Kapitel 4

Risikoteilung und Rückversicherung

Oft kommt[1] es vor, dass der Versicherer größere übernommene Risiken nicht allein decken kann oder will. Solche Risiken, die enorme Schäden anrichten können, sind z.B Hochwasserkatastrophen, Flugzeugabsturz, Überschwemmungen...

Als Instrumente der Risikoeinteilungspolitik lassen sich die Mitversicherung und die (verschiedenen Formen) der Rückversicherung nennen.

Bei der Mitversicherung wird ein Risiko von mehreren Versicherern bewusst übernommen. Das bedeutet, dass jeder von ihnen einen Teil des Risiko trägt und dafür die anteilmäßige Prämie bekommt.

Die klassische Rückversicherung ist eine weitere Form der Risikotragung, wo die Erstversicherer einen Teil seines Geschäftes an den Rückversicherer ab. Es gibt obligatorische und fakultative, Rückversicherungen. Im ersten Fall ist die Abgabe und Annahme der Risiken verbindlich zwischen dem Erstversicherer und dem Rückversicherer im Rückversicherungsvertrag geregelt. Im zweiten Fall erfolgt die Werterleitung und Annahme der Risiken auf freiwilliger Basis.

Je nach Verteilung des Risikos zwischen Erstversicherer und Rückversicherer unterscheidet man die Form der proportionale Rückversicherung (Summenrückversicherung) und nichtproportionale Rückversicherung (Schadensrückversicherung).

4.1 Proportionale Rückversicherung

4.1.1 Quotenrückversicherung

Der Einzelschaden X wird entsprechend der Selbstbehaltquote q bzw. der Rückversicherungsquote $1-q$ zwischen dem Erst- und Rückversicherer aufgeteilt, sofern der Schaden kleiner oder gleich der Versicherungssumme VS ist:

$$X = q \cdot X + (1 - q)X \text{ mit } X \leq VS$$

$$EV = q \cdot X \quad RV = (1 - q)X$$

Üblicherweise wird im Rückversicherungsvertrag ein sogenanntes **Einbringungs-limit VS^*** des Erstversicherer definiert, welches die Maximalhaftung des Rückversicherer begrenzt.

Es gilt für den Rückversicherer:

$$\frac{VS^*}{VS}(1 - q)X \quad \text{mit} \quad VS^* \leq VS$$

Beispiel 1:

Ein Versicherungsportfolio des Erstversicherers besteht aus drei Einzelrisiken, die laut Rückversicherungsvertrag mit einer Quote von 60 % rückversichert sind. Das erste Risiko R_1 weist eine Versicherungssumme von 100 000 EUR, das zweite R_2 eine Versicherungssumme von 50 000 EUR und das dritte R_3 eine Versicherungssumme von 10 000 EUR auf.

Zeigen Sie, wie sich der Rückversicherer an den Schaden beteiligen muss, wenn das Einbringungslimit des Erstversicherers 80 000 EUR beträgt.

Quote von RV = 60 %

$q = (1-0,6) = 0,4$ %

$VS^* = 80\,000$ EUR

$R_1(VS) = 100\,000$ EUR

$$VS^* < VS \Rightarrow RV_{Quote}(R_1) = \frac{VS^*}{VS}(1 - q) = \frac{80000}{100000}(1 - 0,4) = 48\%$$

$R_2(VS) = 50\,000$ EUR

} $VS < VS^*$

$R_3(VS) = 10\,000$ EUR

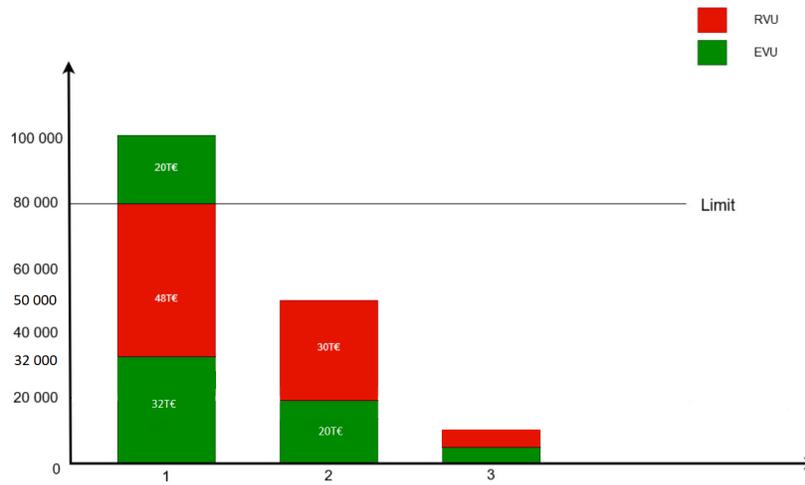


Abbildung 4.1

4.1.2 Summenexzedenten - Rückversicherung

Im Gegensatz zur Quotenrückversicherung wird ein absoluter Selbstbehalt (Maximum) des Erstversicherers festgelegt. Die Haftung des Rückversicherer wird durch Festlegung einer Haftungsstrecke, auch Layer genannt, begrenzt. Üblicherweise wird dabei die Haftungsstrecke, als Multiplikator (m) des Selbstbehalts (SB) angegeben.

Das Zeichnungslimit des Rückversicherer, welches sich aus der Summe Selbstbehalt und Haftungsstrecke ergibt, begrenzt seine Maximalhaftung.

Für die Einzelschanden X gilt für Aufteilung des Schadens zwischen Erstversicherer und dem Rückversicherer unter Beachtung der Selbstbehaltquote q :

$$X = q \cdot X + (1 - q)X$$

$$EV = q \cdot X \quad RV = (1 - q)X$$

$$q = \begin{cases} 1 & \text{für } VS \leq SB \\ \frac{VS - SB}{VS} & \text{für } SB < VS \leq ZL \\ \frac{VS - m \cdot SB}{VS} & \text{für } VS > ZL \end{cases}$$

bzw. in Abhängigkeit der Rückversicherungsquote $1-q$ mit:

$$1 - q = \begin{cases} 0 & \text{für } VS \leq SB \\ \frac{VS - SB}{VS} & \text{für } SB < VS \leq ZL \\ \frac{SB}{VS} & \text{für } VS > ZL \end{cases}$$

Beispiel 2:

Ein Versicherungsportfolio des Erstversicherungsunternehmens besteht aus drei Einzelrisiken.

Risiko R_1 weist eine Versicherungssumme von 100 000 EUR, R_2 von 50 000 EUR und R_3 von 10 000 EUR auf. Das Erstversicherungsunternehmen hat mit einem Rückversicherer einen Summenexzedenten - Rückversicherungsvertrag über das obige Portfolio abgeschlossen. Der Selbstbehalt des EVU liegt bei 20 000 EUR pro Einzelrisiko.

Haftungsstrecke: Angenommen der tatsächliche Schaden je Risiko entspricht genau der Versicherungssumme. Wie lautet dann die Aufteilung des Schadens zwischen dem EVU und dem RVU?

$$\begin{aligned} R_1 &= 100\,000 \text{ EUR} & (\text{Selbstbehalt})SB &= 20\,000 \text{ EUR} \\ R_2 &= 50\,000 \text{ EUR} & & \text{pro Einzelrisiko} \\ R_3 &= 10\,000 \text{ EUR} \end{aligned}$$

- Haftungsstrecke (L)
 $L = m \cdot SB = 3 \cdot 20\,000 \text{ EUR} = 60\,000 \text{ EUR}$
- Zeichnungslimit (ZL)
 $ZL = SB + L = 20\,000 \text{ EUR} + 60\,000 \text{ EUR} = 80\,000 \text{ EUR}$
- Rückversicherungsquote
 R_1 (VS - 100 000 EUR)

$$VS > ZL \quad \Rightarrow \quad 1-q = \frac{m \cdot SB}{VS} = \frac{3 \cdot 20000 \text{ EUR}}{100000 \text{ EUR}} = 60 \%$$

$$R_2(VS = 50\,000\text{EUR})$$

$$SB < VS \leq ZB \quad \Rightarrow \quad 1-q = \frac{VS - SB}{VS} = \frac{50000 - 20000}{50000} = 60\%$$

$$R_3(VS = 10\,000\text{EUR})$$

$$VS > SB \quad \Rightarrow \quad 1-q = 0$$

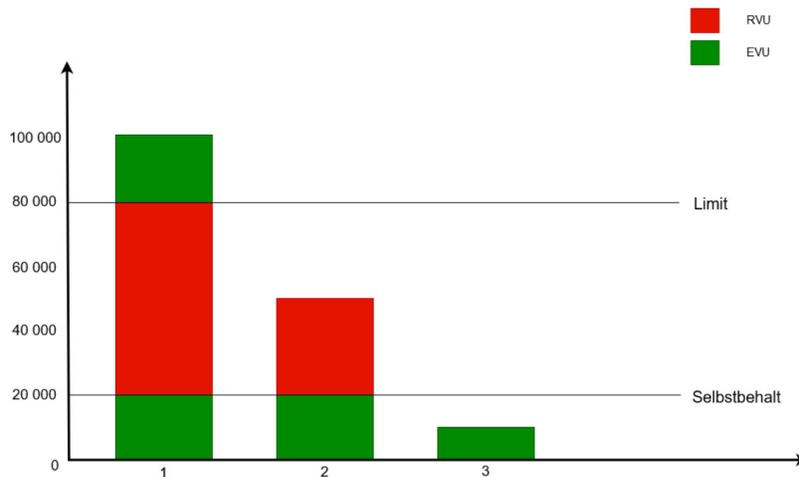


Abbildung 4.2

4.2 Nichtproportionale Rückversicherung

4.2.1 Einzelschadenexzedent

Die Selbstbehalt aus proportionale Rückversicherung ist als Priorität (P) im nichtproportionale Rückversicherung bezeichnen. Die Risikobeteiligung des Rückversicherer erfolgt erst, wenn der Einzelschaden die Priorität (P) übersteigt. Der Rückversicherer begrenzt seine Risikobeteiligung wiederum durch die Festlegung einer Haltungsstrecke bzw. Layer(L). Die Summe aus Priorität und Layer wird jetzt nicht mehr als Limit, sondern als "Plafond" bezeichnet. Er definiert die Maximalhaftung des Rückversicherer.

$$X = X - \min[\max(X - P; 0); L] + \min[\max(X - P; 0); L]$$

$$EV = X - \min[\max(X - P; 0); L]$$

$$RV = \min[\max(X - P; 0); L]$$

4.2.2 Kumulschadenexzedenten - Rückversicherung

Mit dem Kumulschadenexzedenten schützt der Rückversicherer der Erstversicherer von mehrere Einzelschäden gleichzeitig verursacht.

Dies ist insbesondere bei Naturkatastrophen wie Erdbeben oder Winterstürmen gefragt.

Literaturverzeichnis

- [1] Möbius, Pallenberg, *Risikomanagment in Versicherungsunternehmen*
- [2] [www statistik - nachilfe.de](http://www.statistik-nachilfe.de)
- [3] <https://de.m.wikipedia.org/wiki/Risikomaß>
- [4] [www risiknet.de](http://www.risiknet.de)
- [5] Alexander Zwirchmayer, Peter Grandits,
Sachversicherungsmathematik
- [6] Alexander J. McNeil, Rüdiger Frey, Paul Embrechts,
Quantitative Risk Managment
- [7] <https://de.wikipedia.org/wiki/Normalverteilung>
- [8] [de.wikipedia.org/wiki/Schiefe - \(Statistik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Schiefe_(Statistik))
- [9] [https:// www. risiknet.de/wissen/risik - managmentprozess/ c4823](https://www.risiknet.de/wissen/risik-managmentprozess/c4823)