



# Kalkulieren, um nicht arm zu werden

**Komplexe Risikogeschäfte machen den Einsatz von Finanzmathematik notwendig. Gearbeitet wird mit Know-how, das von der Physik bis zur Künstlichen Intelligenz reicht.**

**W**enn man auf seinem Konto 0,5 Prozent Zinsen bekommt, aber die Inflation 1,5 Prozent beträgt, verliert man real ungefähr ein Prozent des verlangten Geldwerts. Es ist diese einfache finanzmathematische Überlegung, die Anleger zu risikoreichen Investments greifen lässt. Ein Beispiel dafür ist eine

Kaufoption, die dem Käufer das Recht gewährt, einen Basiswert (z. B. eine bestimmte Aktie) zu einem fixierten Zeitpunkt zu einem fixierten Preis zu kaufen. Der Optionsverkäufer wiederum hat die Pflicht zu verkaufen und trägt somit ein hohes Risiko, denn er muss – so der Käufer sein Recht ausübt – den Basiswert (die Aktie) auch im Fall einer beträchtlichen Wertsteigerung zum vereinbarten Preis verkaufen. „Mathematisch gesprochen ist der Wert der Option zur Fälligkeit eine Funktion des – heute noch unbekanntenen – künftigen Kurses des Basiswerts. Bevor man so eine Option oder ein komplizierteres Derivat handelt, sollte man diese Funktion visualisieren und verstehen“, sagt Stefan Gerhold, assoziierter Professor des TU-Forschungsbereichs für Finanz- und Versicherungsmathematik, denn „ohne Mathematik kann man bei solchen Risikogeschäften recht schnell arm werden“.

## Angewandt und theoretisch

Woher weiß nun eine Bank, die Optionen verkauft, was der Kurs des Basiswerts zur Fälligkeit sein wird? „Sie weiß es nicht, und dank Finanzmathematik muss sie es auch nicht. Die Bank berechnet den aktuellen Wert der Option als Funktion des aktuellen Kurses des Basiswerts. Dafür gibt es eine Fülle von konkurrierenden

**STEFAN GERHOLD**

Studium der Technischen Mathematik in Linz, Promotion, seit 2006 am Institut für Stochastik und Wirtschaftsmathematik der TU Wien, 2009 bei Microsoft-Research-INRIA in Saclay, Frankreich, seit 2015 assoziierter Professor des TU-Forschungsbereichs für Finanz- und Versicherungsmathematik, als Ersatzmitglied der Studienkommission „Technische Mathematik“ in die Gestaltung der Bachelor- und Masterstudiengänge involviert.

**Faszination Mathematik****Ein eleganter Beweis als intellektueller Genuss**

„In meiner Verwandtschaft gibt es mehrere Mathematiker\_innen und theoretische Physiker\_innen, die teilweise auch an Universitäten tätig sind oder waren. Mathematik und Naturwissenschaften waren deshalb immer ein beliebtes Gesprächsthema in meiner Familie, vor allem mit meiner Großmutter, die in den 1930er-Jahren in Wien Mathematik studierte, zu einer Zeit, als dort Kurt Gödel ein junger Assistent war. Als Jugendlicher habe ich viele Bücher über Themen wie Kosmologie, Chaostheorie und Fraktale gelesen. Trotzdem ist meine Studienwahl erst spät gefallen, weil mich andere Disziplinen, vor allem Sprachen und Biologie, fast genauso interessiert haben.“

Für mich ist das Studium eines eleganten mathematischen Beweises ein intellektueller Genuss ersten Ranges. Es gibt eine unerschöpfliche Fülle an offenen Problemen, die man sofort bearbeiten kann, ohne Geräte zu beschaffen oder irgendwohin zu fahren. Beim Erstellen eines Beweises sind Kreativität und Erfahrung gefragt. Besonders spannend finde ich es, wenn ich Fehler in einem Gedankengang entdecke, die mich an der Gültigkeit der zu beweisenden Aussage zweifeln lassen, die aber doch zu reparieren sind – bis letztendlich der fertige Beweis als Lohn der Arbeit in gefällige Form und zur Publikation gebracht werden kann. Faszinierend ist auch die universelle Anwendbarkeit durch mathematische Abstraktion. Für viele mag es etwa überraschend sein, dass Investmentbanken Physiker anstellen. Aus Sicht eines Mathematikers ist es hingegen normal, dass eine mathematische Theorie auf völlig verschiedene reale Sachverhalte anwendbar ist. In diesem Fall beschreibt die Wärmeleitungsgleichung ebenso die Temperatur eines Festkörpers wie auch den Zusammenhang zwischen Basiswert und Optionspreis.“

Modellen und Methoden, die ständig weiterentwickelt werden“, erläutert Gerhold. „Vereinfacht gesagt berechnet die Bank dann die Ableitung dieser Funktion und kauft dementsprechend viele Stücke des Basiswerts. Das entspricht dem aus dem Mathematikunterricht bekannten Annähern einer Funktion durch eine Tangente im Rahmen einer Kurvendiskussion.“ Durch ständiges Handeln im Basiswert kann die Bank so die Option „nachbilden“ und hat am Schluss in etwa den Portfoliowert erzielt, den sie für die Optionsauszahlung benötigt.

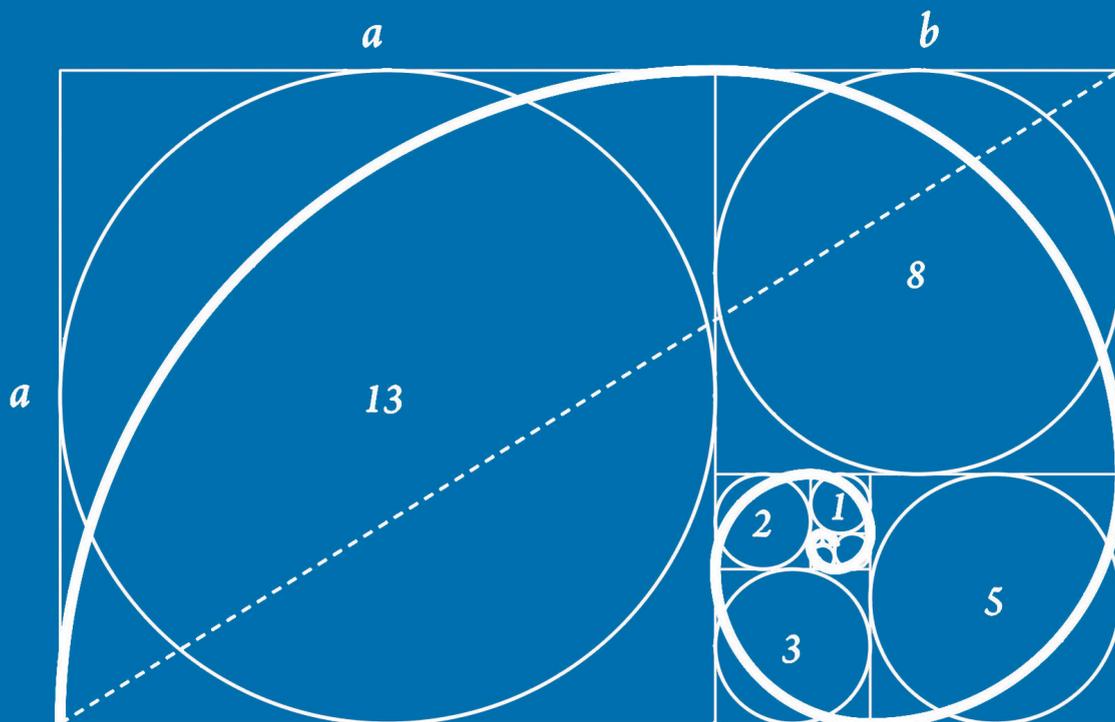
Das Absichern von Optionen ist eine der Kernaufgaben der praktisch orientierten Finanzmathematik, die heutzutage in allen Investmentbanken eingesetzt wird. Die Disziplin Finanzmathematik beschäftigt sich aber auch mit Fragen, die mehr theoretischer Natur sind und nach Gerholds Empfinden „um nichts weniger spannend“: Existieren die zufallsabhängigen Prozesse, die als Modelle vorgeschlagen werden, überhaupt? Lässt sich ihre Existenz aus den üblichen theoretischen Grundsätzen und daraus folgenden Sätzen der Mathematik beweisen? Wenn ja, welche Eigenschaften haben sie?

**Von Physik bis zu KI**

„Viele finanzmathematischen Modelle basieren auf der Brownschen Bewegung, die in der Physik die Bewegung von Teilchen beschreibt, die mit den Molekülen einer Flüssigkeit zusammenstoßen. Diese zufällige Entwicklung kann man verwenden, um den ebenfalls aus heutiger Sicht unbekanntem Verlauf eines Wertpapierkurses zu modellieren“, so Gerhold. Der Optionspreis und die Absicherungsstrategie können dann durch Lösen von Differentialgleichungen gewonnen werden. Kleine Änderungen an der Gestaltung einer Option oder der Modellierung des Wertpapierhandels können große Auswirkungen auf die mathematische Modellierung haben. „Wenn man z. B. erlaubt, dass eine Option auch vor ihrer Fälligkeit ausgeübt werden kann, hat man es mathematisch mit einem ‚Optimal Stopping‘-Problem zu tun, einem eigenen Forschungsgebiet der Wahrscheinlichkeitstheorie.“

Bei den neuesten Modellen, die auch an der TU Wien zurzeit erforscht werden, hängt der Optionspreis nicht nur vom aktuellen Basiswert, sondern auch von der Vergangenheit ab. Hier stoßen traditionelle numerische Verfahren rasch an ihre Grenzen, wodurch ungenauere, aber schnell berechenbare Annäherungslösungen interessant werden. Auch maschinelles Lernen wird in der Finanzmathematik immer mehr eingesetzt – Stichwort Künstliche Intelligenz. ●

# Mathematik



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \approx 1.618$$