TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Finanzmathematik

Aktien, Zinsen und Optionen

Was bedeutet Finanzmathematik eigentlich?

Die moderne Finanzmathematik beschäftigt sich mit verschiedenen Objekten, die gehandelt werden können. Man modelliert die Entwicklung von Zinsen und Aktienkursen, aber auch die Preissteigerung in einem Land, das Risiko eines Kreditausfalls, sowie Verträge, mit denen sich Bauern oder Betriebe im Tourismus gegen schlechtes Wetter absichern. Die Liste der Dinge, die man untersucht, wird wöchentlich länger.

„There Is No Such Thing As A Free Lunch“

In der modernen Finanzmathematik wird das „No Arbitrage“-Prinzip als eine der Grundlagen für die Preisfindung von Finanzverträge gesehen. So ergibt sich aus der Anforderung an einen Optionspreis, „arbitragefrei“ zu sein, in Spezialfällen schon die gesamte theoretische Preisfindung.
Allgemein kann man eine Arbitrage-Möglichkeit als Chance auf Gewinn ohne Risiko von Verlust charakterisieren. Ein Beispiel dafür ist Platzarbitrage. Wenn man ein Gut zeitnah an einem Ort zu einem günstigen Preis kaufen und an einem anderen zu einem höheren Preis, der die Transportkosten deckt, verkaufen kann, dann entspricht das einer Arbitragemöglichkeit. Eine Aufgabe der Finanzmathematik ist es nun, Modelle für Güter in einem Finanzmarkt zu finden, sodass diese keine Arbitragemöglichkeit zulassen.

Wie es anfing ...

Der Anfang der Finanzmathematik lag in der Preisfindung für Aktienoptionen, wie sie von Louis Bachelier Anfang des vergangenen Jahrhunderts für die Pariser Börse entwickelt wurde.
Ende des letzten Jahrhunderts wurde der Bedarf an Modellen für Aktienkurse und Aktienoptionen immer größer, und im Jahr 1997 erhielt Myron Scholes (für eine Zusammenarbeit mit dem zu diesem Zeitpunkt bereits verstorbenen Fischer Black aus dem Jahr 1973) und Robert Merton für ein bis heute unter Praktikern weit verbreitetes Modell zur Bewertung von Aktienoptionen den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften.

Warum war es damit dann nicht vorbei?

Bei der Herleitung der sogenannten Black-Scholes Formel geht man davon aus, dass der logarithmierte relative Zuwachs („Log-Return“) des Aktienpreises pro Handelstag der Gauss-Verteilung (auch Normalverteilung genannt) folgt. Die Gauss-Verteilung wird in vielen Bereichen der Wissenschaft eingesetzt, wie z.B. bei Intelligenztests oder anderen psychologischen Methoden.

Es stellte sich aber heraus, dass dieser Ansatz nicht ganz richtig sein kann, da die Gauss-Verteilung sehr hohe sowie sehr niedrige Werte mit einer zu geringen Wahrscheinlichkeit erfasst. Das bedeutet, dass die Häufigkeit von besonders großen Kursausschlägen nach unten sowie nach oben unterschätzt wird.
In der folgenden Graphik sehen Sie die Problemzone der Modellierung genauer. Schlechte Modellierung an den Enden der Verteilung hat mitunter fatale Folgen.

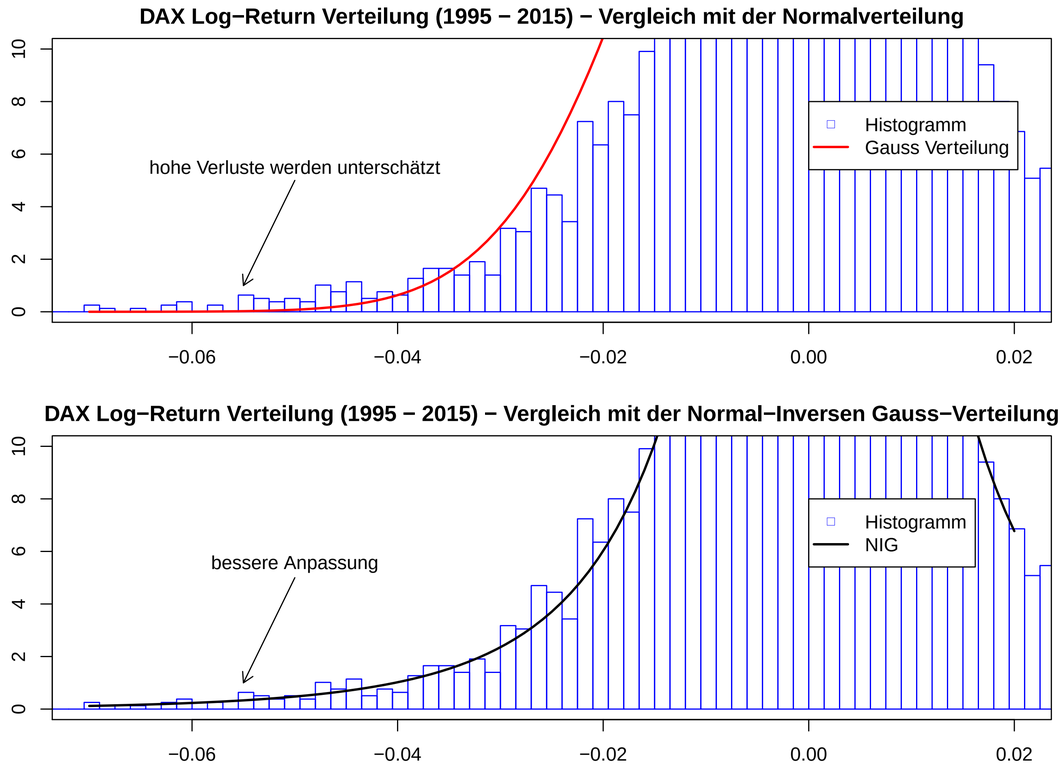
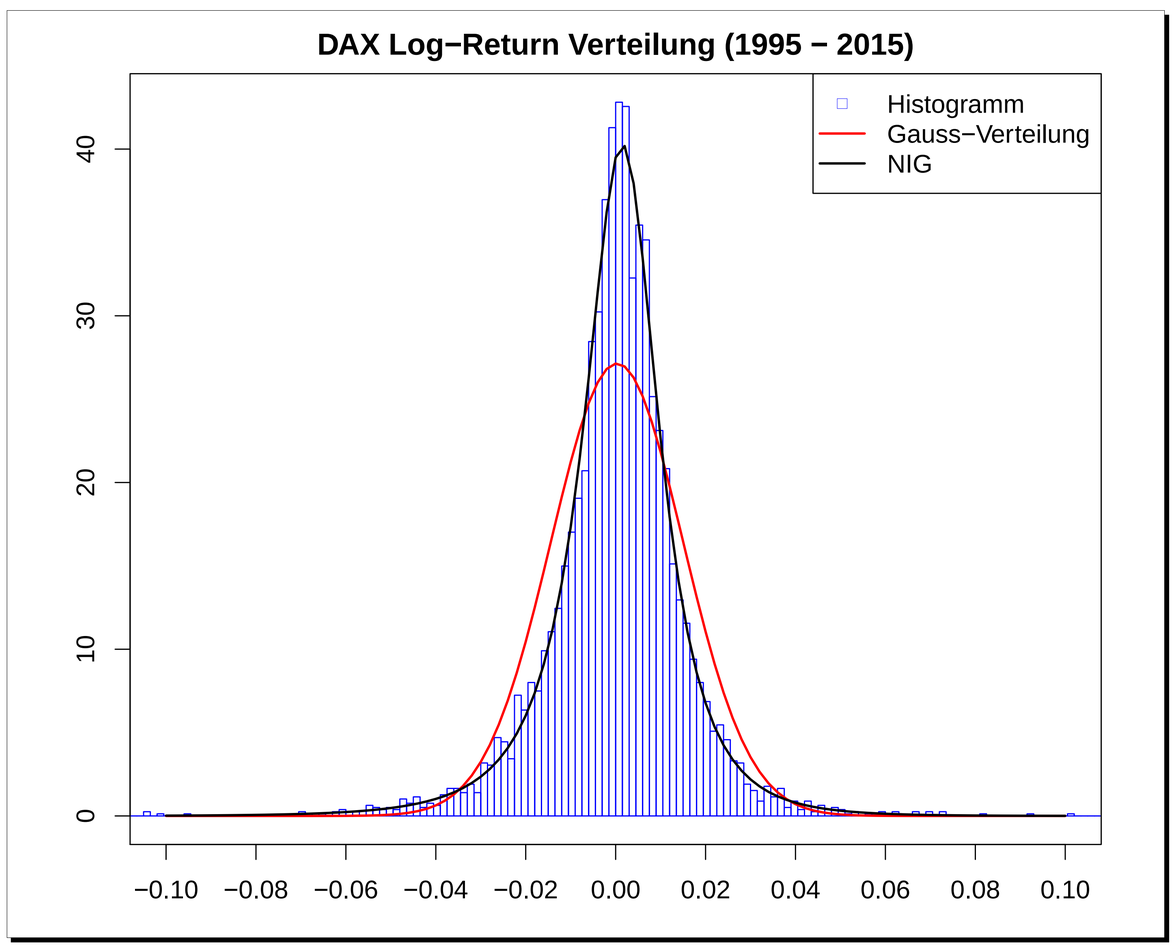


Abbildung 1: Das linke Ende der Verteilung

Eine Aufgabe der Finanzmathematik ist es, Modelle zu finden, die die Wirklichkeit an den Börsen möglichst gut modellieren. Die Graphik links unten soll veranschaulichen, dass andere Verteilungen als die Gauss-Verteilung die Häufigkeiten von großen Verlusten und Gewinnen besser modellieren können.



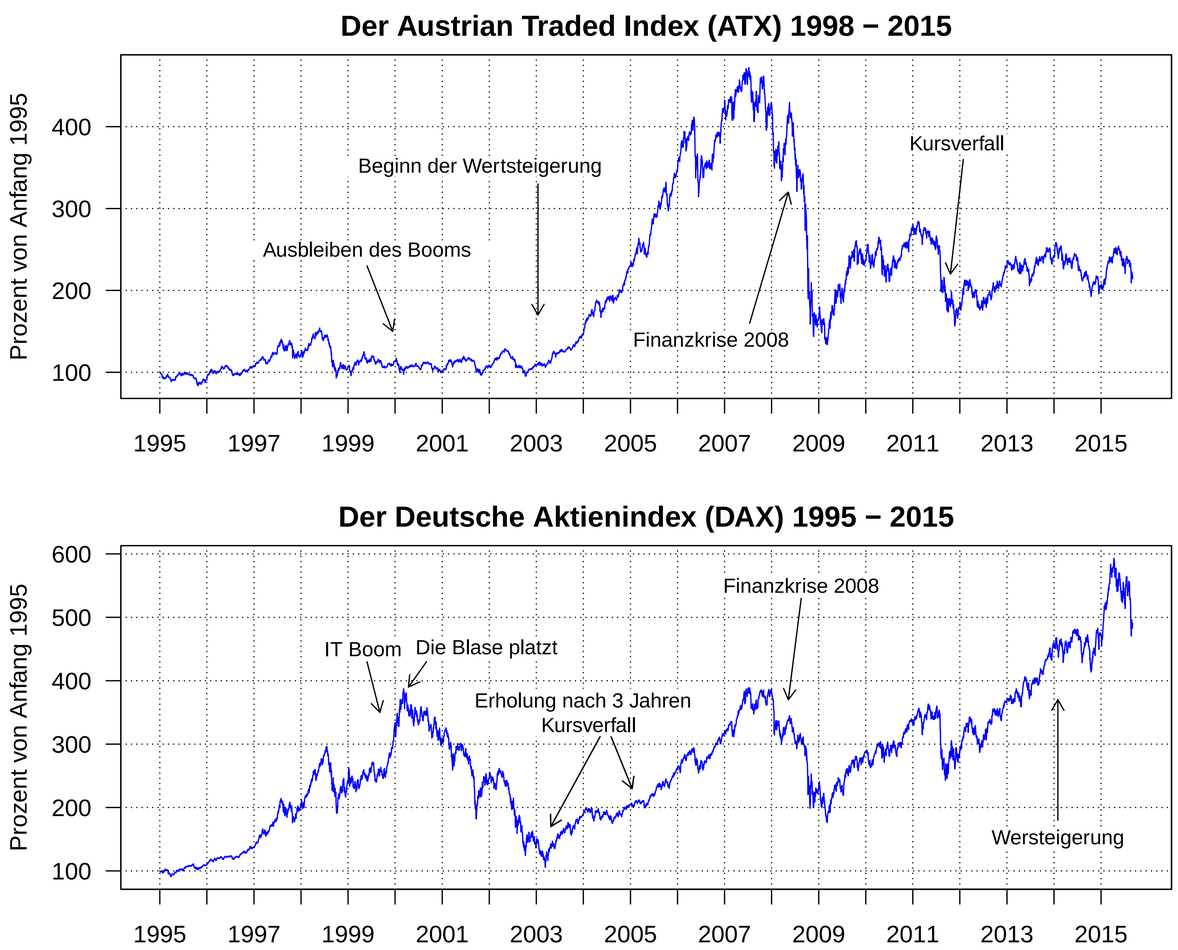


Abbildung 2: Vergleich von ATX und DAX

Risiko in Aktienmärkten

Die Finanzmathematik beschäftigt sich auch mit den Risiken an Aktienmärkten. Ein einfaches Risikomaß ist die „Schwankung“ eines Marktes - die sogenannte Volatilität. Auf dem Bild rechts sehen Sie den Verlauf des ATX (Austrian Traded Index) und den des DAX (Deutscher Aktien Index) von 1995 bis 2015 (Anfang September). Im deutschen Markt erkennt man das Ansteigen der Kurse um das Jahr 1999 während des IT-Booms. Dieser Anstieg ist im österreichischen Markt nicht zu bemerken. Aber ebenso wenig sinkt der ATX nach der Jahrtausendwende dann so rapide wie der DAX. Im Gegenteil, er setzt zu einem Prozess der Wertsteigerung an. Optisch könnte man meinen, dass eine Investition in den DAX riskanter war als eine in den ATX, da dieser sowohl in der Seitwärtsbewegung als auch in der Wertsteigerung nicht so großen Schwankungen unterlag. Solche Risiken lassen sich noch präziser untersuchen und in Zahlen fassen. Wenn man das Risiko streuen will, kann man in den gesamten Index investieren. Das ist zum Beispiel mit „Indexzertifikaten“ möglich. Die Institution, die diese Zertifikate ausgibt, garantiert dabei die Entwicklung des zu Grunde liegenden Index.

Aktuelle Entwicklung

Finanzmathematiker rund um die Welt, besonders auch hier in Wien, beschäftigen sich unter anderem damit, Strategien zur Absicherung ausgegebener Optionen (Hedging) und arbitragefreie Optionspreise in verallgemeinerten Modellen, die auch

- Transaktionskosten,
- Aktienpreise mit Sprüngen
- sowie besonderer Modellierung der Volatilität

berücksichtigen, zu finden.

Institut für Stochastik und Wirtschaftsmathematik
Forschungsgruppe Finanz- und Versicherungsmathematik
Poster gestaltet von Richard Warnung (2005), aktualisiert von Srećko Mihaljević (2015)