

Name:

Mat.Nr.:

Studium:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**Risiko- und Ruintheorie**  
**(Vorlesungsprüfung)**  
**23. Juni 2008**  
**F. Hubalek (WS 2007/08)**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt, bitte alle Zwischenschritte angeben)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im Sekretariat, FH 7.Stock,  
Sandra Trenovatz, Tel. 01 / 58801 - 10511,  
e-mail: [secr@fam.tuwien.ac.at](mailto:secr@fam.tuwien.ac.at)

Bsp.	Max.	Punkte
1	6	
2	6	
3	6	
$\Sigma$	18	

1. Gegeben sind zwei (nicht unabhängige) gemeinsam normalverteilte Risiken  $X_1$  und  $X_2$  mit Erwartungswerten  $\mu_1 = 2$  und  $\mu_2 = 1$  und Varianzen  $\sigma_1^2 = 1$  und  $\sigma_2^2 = 0.5$ . Unter der Vernachlässigung von Verzinsung bestimme jeweils zum Konfidenzniveau  $1 - \alpha = 0.99$ : (Eine Tabelle der Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung liegt der Angabe bei) (6 Pkt.)
- (a) den Value-at-Risk von  $X_1$  und  $X_2$ . (1)
  - (b) den expected Shortfall von  $X_1$ . (2)
  - (c) den Value-at-Risk von  $X_1 + X_2$ , wenn  $X_1$  und  $X_2$  unabhängig sind. (1)
  - (d) den Value-at-Risk von  $X_1 + X_2$ , wenn  $X_1$  und  $X_2$  eine Korrelation von 50% aufweisen. (2)
2. Ein Gesamtschaden wird als Zufallssumme dargestellt, wobei die Zahl der Einzelschäden Poissonverteilt mit Parameter 1 ist und die Einzelschäden jeweils exponentialverteilt  $X_i \sim \mathcal{E}(2)$  sind. (6 Pkt.)
- (a) Bestimmen Sie die Prämie für den Gesamtschaden nach dem Erwartungswertprinzip mit 5% Sicherheitszuschlag! (1)
  - (b) Bestimmen Sie die Prämie nach dem Varianz- und dem Standardabweichungsprinzip, jeweils mit 4% Sicherheitszuschlag! (1)
  - (c) Bestimmen Sie die Prämie nach dem Exponentialprinzip mit Risikoaversionsparameter 1.1. (2)
  - (d) Angenommen, zwei Versicherungen benutzen das Exponentialprinzip mit Risikoaversionsparametern 1.1 und 1.2 und teilen sich die Versicherung des Gesamtschadens. Wie sieht die optimale Aufteilung des Schadens und die optimalen Prämien aus, wenn die Summe der Prämien minimiert werden soll? (2)
3. Gegeben sei ein klassischer Cramer-Lundberg-Ruinprozess mit Anfangskapital  $x$ , Prämienrate  $c$ , Schadensintensität  $\lambda$  und Schäden, die stetig gleichverteilt auf  $[1, 2]$  sind. (6 Pkt.)
- (a) Angenommen  $\lambda = 2$ , bestimme eine Schranke für die Prämienrate, um einen positiven relativen Sicherheitszuschlag zu erhalten. (1)
  - (b) Angenommen  $x = 0$ , wie hoch ist die Ruinwahrscheinlichkeit? (1)
  - (c) Finde eine obere und eine untere Schranke für den Cramer-Lundberg Koeffizienten. (2)
  - (d) Schätze  $\psi(5)$  nach oben ab! (2)
  - (e) Angenommen  $c = 2$  und  $\lambda = 2$ , wie hoch ist der relative Sicherheitszuschlag und was bedeutet dies für die Versicherung? Wie hoch ist die Ruinwahrscheinlichkeit? (1 Bonus)