

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
Februar 2023
Ass. Prof. Dr. Julia Eisenberg

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner ist erlaubt

Ab 50% hat man bestanden.

Bsp.	Max.	Punkte
1	6	
2	5	
3	6	
4	6	
5	7	
Σ	30	

Assistent:

Gesamtnote:

1. Die Verteilungsfunktion der Gesamtlebenszeit T_0 einer Person habe die Form

$$G_0(t) = 1 - \left(1 - \frac{t}{100}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad t \in [0, 100].$$

- (a) Bestimmen Sie ${}_{75}q_0$; [1 pkt]
- (b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Restlebenszeit T_x einer x -jährigen Person für $x \in [0, 100]$; [2 pkt]
- (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine 19-jährige Person im Alter zwischen 51 und 75 Jahren sterben wird; [1 pkt]
- (d) Bestimmen Sie die Sterbeintensität einer x -jährigen Person. [2 pkt]

2. Sei x eine natürlich Zahl. Nehmen Sie an, dass die Sterbeintensität einer x -jährigen Person ist $\mu_{x+t} = \frac{1}{50-t}$ für $0 \leq t < 50$.

- (a) Bestimmen Sie explizit die Verteilungsfunktion der Restlebenszeit T_x . [2 pkt]
- (b) Für eine x -jährige Person bestimmen Sie die Nettoeinmalprämie einer 10-jährigen Ablebensversicherung (die Auszahlung erfolgt am Ende des Sterbejahres) mit Versicherungssumme 1 zuerst allgemein und dann numerisch für $i = 0.02$. [3 pkt]

3. Sei x eine natürliche Zahl. Für dieses x sei die Sterbeintensität μ_{x+t} konstant für $0 \leq t < 1$ und $q_x = 0.16$.

- Berechnen Sie t , sodass ${}_tp_x = 0.95$ [2 pkt]
- Berechnen Sie ${}_{0.5}q_x$ [1 pkt]
- Berechnen Sie ${}_{0.5}q_{x+0.5}$ [3 pkt]

4. Sei K_x die gestutzte Restlebenszeit einer x -jährigen Person.

- (a) Erläutern Sie im Detail, welche Versicherung den Barwert der folgenden Form hat:

$$K_{x+1}|\ddot{a}_{\overline{5}|}$$

[1 pkt]

- (b) Geben Sie ein Beispiel, warum man eine solche Versicherung abschließen würde. [1 pkt]
- (c) Falls $x = 50$, die gesamte Restlebenszeit T_0 gleichverteilt auf $[0, 100]$, $i = 0.02$ berechnen Sie die Nettoeinmalprämie dieser Versicherung. [2 pkt]
- (d) Es gelten die Annahmen von (c). Die Prämien werden laufend in den ersten 10 Jahren bezahlt, wenn der Versicherungsnehmer am Leben ist. Seien die Abschlusskosten durch 0.5 und 5% der ersten Prämie gegeben. Die weiteren Kosten betragen 1% der Prämien ab der zweiten Prämie. Berechnen Sie die ausreichende jährliche Prämie nach dem Äquivalenzprinzip und das ausreichende Deckungskapital für $t = 0$. [2 pkt]

5. Betrachten Sie das Nettodeckungskapital einer 20-jährigen Erlebensversicherung mit Versicherungssumme 1 einer 40-jährigen Person, wenn die Versicherung durch einmalige Prämienzahlung finanziert wird.
- (a) Geben Sie die prospektive und die retrospektive Darstellung für das Nettodeckungskapital dieser Versicherung an. [2 pkt]
- (b) Geben Sie die Spar- und die Risikoprämie an. [2 pkt]
- (c) In der Abbildung unten ist die jährliche Entwicklung des Nettodeckungskapitals für $i > 0$ dargestellt. Erklären Sie, so detailliert wie möglich (Gründe für: Maximum, Minimum, steigend, fallend, Anfangs- und Endwert) wie es zu diesem Verlauf kommt. [3 pkt]

