

# Lebensversicherungsmathematik

## Wintersemester 2020/21

### Klausur – 27.09.2021

1. Verteilung der Restlebenszeit (Total: 8 pkt)

Die Verteilungsfunktion der Gesamtlebenszeit  $T_0$  einer Person habe die Form

$$F(t) = \frac{t^2 + 110t}{18000}, \quad t \in [0, \omega],$$

wobei  $\omega$  das höchste erreichbare Alter bezeichnet.

- (a) Bestimmen Sie das von  $F$  implizierte  $\omega$ ; [1 pkt]
- (b) Bestimmen Sie  ${}_{20}q_0$ ; [1 pkt]
- (c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Restlebenszeit  $T_x$  einer  $x$ -jährigen Person für  $x \in [0, \omega]$ ; [2 pkt]
- (d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine 30-jährige Person im Alter zwischen 40 und 50 Jahren sterben wird; [2 pkt]
- (e) Berechnen Sie die Sterbeintensität einer 50-jährigen Person. [2 pkt]

2. Cox-Regression (Total: 8 pkt)

- (a) Erläutern Sie detailliert den allgemeinen Ansatz der Cox-Regression; [4 pkt]
- (b) Vergleichen Sie mittels der Cox-Regression im speziellen die Mortalität von RaucherInnen und NichtraucherInnen. Was beobachten Sie bei Quotientenbildung? [4 pkt]

3. Prämienkalkulation (Total: 8 pkt)

Betrachten Sie eine gemischte Versicherung für eine 30-jährige Person mit einer Laufzeit von 20 Jahren. Die Versicherungssumme sei 40000 €. Gehen Sie dabei von  $i = 1\%$  aus.

- (a) Bestimmen Sie die Nettoeinmalprämie; [2 pkt]
- (b) Bestimmen Sie die jährliche Nettoprämie nach dem Äquivalenzprinzip, wenn Prämien vorschüssig bis zum Ende der Vertragslaufzeit gezahlt werden; [2 pkt]
- (c) Angenommen auf das Versicherungsunternehmen kommen Abschlusskosten der Höhe 100 € plus 50% der ersten Prämie zu. Die weiteren Kosten betragen 2.5% der Prämien ab dem zweiten Jahr und jährlich 0.1% der Versicherungssumme für die gesamte Laufzeit. Die Prämienzahlungen sollen wieder vorschüssig jährlich stattfinden. Bestimmen Sie die Bruttoprämie nach dem Äquivalenzprinzip; [2 pkt]
- (d) Zerlegen Sie die Bruttoprämie aus Teil (c) in Nettoprämie  $P^N$ ,  $\alpha$ -Prämie  $P^\alpha$ ,  $\beta$ -Prämie  $P^\beta$ ,  $\gamma$ -Prämie  $P^\gamma$  und berechnen Sie diese. [2 pkt]

4. Deckungskapital (Total: 8 pkt)

- (a) Wie ist allgemein das Deckungskapital zur Zeit  $t$  einer beliebigen Versicherung definiert? Falls die Prämien nach dem Äquivalenzprinzip berechnet werden, wie hoch ist das Deckungskapital zum Anfangszeitpunkt? [2 pkt]
- (b) Skizzieren Sie den Verlauf des Deckungskapitals (wir gehen vom Äquivalenzprinzip aus) für (i) eine Erlebensversicherung; (ii) eine Ablebensversicherung; (iii) eine gemischte Versicherung; (iv) eine Annuität; [3 pkt]
- (c) Geben Sie (ohne Beweis) im Fall stetiger Ratenprämien und Ratenleistungen die Thiele'sche Differentialgleichung an, und erläutern Sie die Zerlegung in Spar- und Risikoprämie. [3 pkt]