

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
24. Februar 2020
Univ.Prof. Rheinländer

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein nichtprogrammierer Taschenrechner ist erlaubt

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-office,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,
e-mail: fam@fam.tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	6	
2	10	
3	8	
4	8	
Σ	32	

Assistent:
Dragana Radojičić

Gesamtnote:

1. Rechnen Sie dieses Beispiel ohne Sterbe- oder Leibrententafeln.

(6 Pkt.)

(a) Zeigen Sie

$${}_n p_x d\ddot{a}_{\overline{n}|} + \sum_{k=0}^{n-1} (1 - v^{k+1}) {}_k p_x q_{x+k} = 1 - A_{x:\overline{n}|}, \quad x, n \in \mathbb{N}.$$

(b) Gegeben sei

$${}_t p_x = \frac{100 - x - t}{100 - x}, \quad 0 \leq x < 100, \quad 0 \leq t \leq 100 - x.$$

Berechnen Sie μ_{45} und \dot{e}_{45} .

(c) Gegeben sind zwei Zufallsvariablen T_x und T_y , die die Restlebenszeit von zwei Personen im Alter x bzw. y modellieren. Die gemeinsame Dichte von T_x und T_y sei gegeben durch

$$f(s, t) = C \cdot \left(50^2 - (s - t)^2 \right), \quad \text{falls } s \in [0, 50] \text{ und } t \in [0, 50],$$

und 0 sonst (Achtung: T_x und T_y sind nicht unabhängig). Hier ist $C > 0$ eine Normierungskonstante. Bestimmen Sie C .

2. Eine x -jährige Person schließt eine n -jährige gemischte Versicherung mit Versicherungssumme S Euro ab. Die Prämien werden jährlich vorschüssig bezahlt. Weiters fallen anfängliche Kosten in der Höhe von 2% der Versicherungssumme plus 10% der ersten Prämie an. Laufende Kosten betragen 1% der Prämie ab dem zweiten Jahr. Im Todesfall während der ersten n Jahre wird die Summe am Ende des Todesjahres ausbezahlt, ansonsten nach Ablauf der n Jahre. Der Zinssatz sei i .

(10 Pkt.)

(a) i. Geben Sie eine Formel für den Verlust (inklusive Kosten) L des Versicherers an.

ii. Geben Sie eine Formel für die jährliche Bruttoprämie nach dem Äquivalenzprinzip an. Drücken Sie alle vorkommenden Größen mit Hilfe von Variablen aus, die in der Sterbetafel vorkommen.

iii. Geben Sie eine Formel für die Standardabweichung von L mit Hilfe von L_k an, wobei L_k den Verlust für $K_x = k$ bezeichnet.

(b) Betrachten Sie folgende Ablebensversicherung: Versicherungssumme S , Dauer n , Anfangsalter x und Zinssatz i . Die Abschlusskosten seien K und die Prämie wird in Form einer Einmalprämie bezahlt.

i. Geben Sie eine Formel für den Verlust (inklusive Kosten) L des Versicherers an.

ii. Geben Sie eine Formel für die Bruttoprämie nach dem Äquivalenzprinzip an. Drücken Sie alle vorkommenden Größen mit Hilfe von Variablen aus, die in der Sterbetafel vorkommen.

iii. Geben Sie eine Formel für das ausreichende Deckungskapital zum Zeitpunkt $k < n$ an. Nimmt das Deckungskapital immer positive Werte an?

3. (a) Berechnen Sie die Nettoeinmalprämie einer vorschüssigen, jährlich um den Betrag Eins steigenden Leibrente. (8 Pkt.)
- (b) Berechnen Sie die Nettoeinmalprämie einer stetig ausbezahlten Leibrente, mit Rate Eins.

Hinweis: Für beide Teile können Sie den Satz von Fubini benutzen; für Teil a) die diskrete, für Teil b) die stetige Version.

4. (a) Erläutern Sie, was zensierte Daten im Zusammenhang mit der Lebensversicherung sind. Der Nelson-Aalen sowie der Kaplan-Meier Schätzer sind nichtparametrische Schätzer in diesem Kontext. Welche Objekte werden hier geschätzt? Geben Sie eine Formel für jeden dieser beiden Schätzer an, und erklären Sie die darin vorkommenden Symbole. Sie brauchen diese Formeln nicht herzuleiten. (8 Pkt.)
- (b) Die Cox-Regression ist eine statistische Methode, um die Mortalitätsrate (Hazardrate) unter verschiedenen Einflussgrößen (Kovariaten) zu schätzen. Erläutern Sie diese Methode, und vergleichen Sie allgemein damit die geschätzte Mortalitätsrate von Raucher_innen und Nichtraucher_innen, indem Sie diese als Bruch schreiben.