Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
25. Februar 2019
Univ.Prof. Rheinländer

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein beidseitig handbeschriebener A4-Zettel sowie ein nichtprogrammierer Taschenrechner sind erlaubt

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-office,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,
e-mail: `fam@fam.tuwien.ac.at`

Bsp.	Max.	Punkte
1	6	
2	7	
3	6	
4	4	
$\sum$	23	

Schriftlich:

Assistent:
Dragana Radojičić

Mündlich:

Gesamtnote:

1. Lösen Sie die folgenden Aufgaben: (6 Pkt.)

   (a) Berechne, wie hoch der Barwert einer Einlage war, die nach 7 Monaten bei einfachen Zinsen von $2,5\%$ p.a. auf 7.000 € angewachsen ist.

   (b) Es sei T_0 exponentialverteilt mit Parameter $\lambda > 0$, d.h. die Verteilungsfunktion von T_0 ist gegeben durch

   $$F_0(y) = \big(1 - \exp(-\lambda y)\big)\mathbb{1}_{[0,\infty)}(y), \quad y \in \mathbb{R}.$$

   Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F_x von T_x und $\mathbb{E}[T_x]$ für alle $x \geq 0$.

   (c) Zeigen Sie: Ist μ_x eine monoton wachsende Funktion, dann ist $E(T_x)$ monoton fallend in x.

2. Eine 35-jährige Person kauft eine ewige Leibrente, die allerdings erst in 30 Jahren beginnt. Die Rente zahlt jährlich vorschüssig 3000 € . Die Prämien P werden jährlich vorschüssig in der Aufschubzeit bezahlt, solange der Versicherungsnehmer noch lebt. Verwenden Sie die beigelegte Sterbetafel 2010/2012 und die dazugehörige Leibrententafel 2010/2012 um folgende Aufgaben zu lösen. Gehen Sie dabei von $r = 2\%$ aus. (7 Pkt.)

   (a) Stellen Sie den Nettoverlust zu Vertragsbeginn in Abhängigkeit von K_{35} dar.

   (b) Bestimmen Sie die Prämienhöhe P nach dem Äquivalenzprinzip und skizzieren Sie den Verlauf des Nettodeckungskapitals.

   (c) Im Alter von 55 Jahre wird die Person arbeitslos, weswegen sie die Rente nicht weiter aufschieben möchte und auch keine weiteren Prämien zahlen möchte. Deswegen muss sie eine geringere Rente in Kauf nehmen. Bestimmen Sie die Höhe dieser (neuen) Rente, wenn der Rückkaufwert der Versicherung $r = 80\%$ des Nettodeckungskapitals abzüglich von 100 € beträgt.

3. Verwenden Sie für dieses Beispiel die Werte aus Tabelle 1: es handelt sich dabei um eine Selektionstafel mit Selektionsdauer $d = 3$. Gehen Sie von $r = 3\%$ und einem Höchstalter von 46 aus. (6 Pkt.)

$[x]$	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	$l_{[x]+2}$	l_{x+3}
40	2000	1800	1500	1100
41	1700	1600	1200	750
42	1500	1400	900	400
43	700	500	300	100

Tabelle 1:

(a) Bestimmen Sie ${}_{2|1}q_{[40]+2}$ und $A_{[42]+1}$.

(b) Eine 41-jährige selektierte Person erwirbt eine gemischte Versicherung mit Laufzeit $n = 4$ und Versicherungssumme $S = 100$ €. Prämien werden zweimal gezahlt: einmal zu Vertragsbeginn und einmal genau zwei Jahre nach Vertragsabschluss (natürlich nur, wenn der Versicherungsnehmer dann noch am Leben ist). Die Prämienhöhe P wird nach dem Äquivalenzprinzip bestimmt. Bestimmen Sie P und das Nettodeckungskapital zwei Jahre nach Vertragsabschluss.

4. Folgende zensierte Beobachtungen von Ausscheidezeitpunkten (so wie in der Vorlesung) seien gegeben: (4 Pkt.)

$$1; 4+; 5; 5; 6; 7; 7+; 7+; 8; 8; 8; 10; 10+; 10+; 10+;$$

wobei „+“ ein zensiertes Leben bezeichnet (d.h. Ausscheiden aus der Beobachtungsreihe ohne Todesfall).

(a) Bestimmen Sie den Kaplan-Meier Schätzer $\hat{S}(t_i)$ für alle t_i.

(b) Bestimmen Sie den Schätzer $\widetilde{S}(t_i)$ für alle t_i.

Skizzieren Sie die Funktionen $t \mapsto \hat{S}(t)$ und $t \mapsto \widetilde{S}(t)$.

Hinweis: $\widetilde{S}(t) = \exp(-\Lambda(t))$, wobei $\Lambda(t)$ der Nelson-Aalen Schätzer ist.