Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
30. Januar 2019
Univ.Prof. Rheinländer

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein beidseitig handbeschriebener A4-Zettel sowie ein nichtprogrammierer Taschenrechner sind erlaubt

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-office,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,
e-mail: fam@fam.tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	8	
2	8	
3	8	
$\sum$	24	

Schriftlich:

Assistent:
Dragana Radojičić

Mündlich:

Gesamtnote:

1. Lösen Sir folgende Aufgaben: (8 Pkt.)

   (a) Für gegebenes $x > 0$ und gegebene Sterbeintensität μ_{x+t} sei $q_x = 0.03$. Wenn die Sterbeintensität jedoch stets $\mu_{x+t} + c$ wäre, dann ist $q_x = 0.07$. Berechnen Sie c.

   (b) Die Gompertz-Makehamverteilung mit Parametern $\alpha, \beta, \lambda > 0$ ist gegeben durch $F(y) = 1 - exp(-\lambda y - \frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta y} - 1))$, für alle $y \geq 0$. Zeigen Sie, dass F_x im Modell von Gompertz-Makeham (d.h. wenn $\mu_{x+t} = A + Bc^{x+t}$ mit $A, B > 0$ und $c > 1$) eine Gompertz-Makehamverteilung besitzt.

   (c) Sophia und Maria legen beide einen Betrag von 1.600 € an: Sophia bei einem Nominalzinssatz von 2% p.a. bei quartalsmäßiger Verzinsung und Maria bei einem Nominalzinssatz von 2% p.a. bei monatlicher Verzinsung. Ermittle die Endwerte der beiden Anlagen nach 3 Jahren.

   (d) Betrachten Sie eine ewige Ablebensversicherung an eine x-jährige Person,$x \geq 0$. Für $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ bezeichne P_k die Höhe der jährlichen, vorschüssigen Prämie nach dem Äquivalenzprinzip, wenn die Prämien nur in den ersten k Jahren gezahlt werden. Zeigen Sie allgemein, dass $P_k \geq P_{k+1}$ gilt.

2. Verwenden Sie die beigelegte Sterbetafel 2010/2012 und die dazugehörige Leibrententafel 2010/2012 um folgende Aufgabe zu lösen. (8 Pkt.)

   (a) Eine 49-jährige Person schließt eine temporäre Ablebensversicherung mit einer Laufzeit von 20 Jahren ab, die aber um 10 Jahre aufgeschoben ist. Die Summe von 130.000 € wird am Ende des Todesjahres ausbezahlt. Bestimmen Sie die jährlichen Prämien nach dem Äquivalenzprinzip, wenn Prämien über die gesamte Laufzeit vorschüssig gezahlt werden.

   (b) Bestimmen Sie das Nettodeckungskapital 13 Jahre nach Vertragsbeginn.

   (c) Die Kosten für die obige Versicherung betragen einmalig 230 € plus 15% der Prämie im ersten Jahr und 8% der Prämie ab dem 1. Jahr.

   (d) Bestimmen Sie das Bruttodeckungskapital 3 Jahre nach Vertragsbeginn.

   Beispiel 2 (d) ist optional - es können Zusatzpunkte damit geholt werden.

3. Verwenden Sie für dieses Beispiel die Werte aus Tabelle 1. Gehen Sie von $r = 1\%$ und einem Höchstalter von 52 aus. (8 Pkt.)

x	l_x
49	1900
50	1700
51	1300
52	700

Tabelle 1: Toy-Sterbetafel

(a) Verwenden Sie Kommutationszahlen um $\ddot{a}_{49:\overline{2}|}$ zu berechnen.

(b) Sei $x = 50$. Verwenden Sie Annahme A (Annahme A1 und Annahme A2) um die Verteilungsfunktion $t \mapsto F_x(t)$ von T_x zu bestimmen (für alle $t \in \mathbb{R}$!).

(c) Sei $x = 50,5$. Verwenden Sie Annahme B um die Verteilungsfunktion $t \mapsto F_x(t)$ von T_x zu bestimmen (für alle $t \in \mathbb{R}$!).

(d) Eine 49-jährige Person A und eine 50-jährige Person B kaufen eine ewige Ablebensversicherung, die am Ende des Todesjahres von B 700 € ausgezahlt, falls A dann noch am Leben ist. Ist A am Ende des Todesjahres von B nicht mehr am Leben, wird nichts ausbezahlt. Unter der Annahme, dass die Restlebenszeiten beider Personen unabhängig sind, berechnen Sie die NEP dieser Versicherung.

Hinweis zu (b) und (c): Machen Sie Fallunterscheidungen!

Sei T_x die Restlebenszeit einer x-jährigen Person, $K_x = \lfloor T_x \rfloor$ und $S_x = T_x - K_x$. Oft werden Annahmen über die Verteilung von K_x und S_x getroffen:

- Annahme A1: für $x \in \mathbb{N}$ ist S_x unabhängig von K_x und S_x ist gleichverteilt im Intervall $[0, 1)$.
- Annahme A2: für $x \in \mathbb{N}$ und $s \in [0, 1)$ ist ${}_sq_x = sq_x$.
- Annahme B: für $x \in \mathbb{N}$ und $s \in [0, 1)$ ist $s \mapsto \mu_{x+s}$ konstant.