

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
1. Oktober 2015
Univ.Prof. Dipl.-Math. Dr.rer.nat Rheinländer

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein doppelseitig handbeschriebener A4-Zettel sowie ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner sind erlaubt.

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-Office,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,
e-mail: fam@fam.tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	4	
2	4	
3	4	
4	4	
Σ	16	

Schriftlich:

AssistentIn: Piet Porkert

Mündlich:

Gesamtnote:

1. (a) Berechnen Sie unter der Annahme $i = 0,05$ den Barwert folgender Zahlungen: 7.000 € zu den Zeitpunkten $t = 10, 11, \dots, 22, 23$. (1 Punkt)
 - (b) Sie wollen in 7 Jahren 30.000 € besitzen. Wieviel müssen Sie bei einer jährlichen Rendite von 1% jedes Jahr zur Seite legen, wenn Sie in einem Jahr damit beginnen und jedes Jahr dieselbe Summe sparen? (1 Punkt)
 - (c) Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem sich Ihr Anfangskapital von 5.000 € bei gemischter Verzinsung verdoppelt hat, $i = 0,04$. (1 Punkt)
 - (d) Sie nehmen einen Kredit von 400.000 € auf, um eine Wohnung zu kaufen und zahlen 10 Jahre lang am Jahresende die Zinsen von 4%. Um am Ende des zehnten Jahres den Kredit zu tilgen, sparen Sie pro Jahr eine Summe von x €, die Sie mit einer Rendite von 9% anlegen können. Berechnen Sie x . (1 Punkt)
2. (a) Eine 45-jährige Person schließt eine Ablebensversicherung ab. Die ersten 5 Jahre wird eine gleichbleibende Prämie P bezahlt, ab dann eine Prämie von $3/4 P$. Im Falle des Todes in den ersten 10 Jahren werden 90.000 € ausbezahlt, danach 45.000 €. Die zusätzlichen Kosten belaufen sich auf 25% der ersten Prämie im ersten Jahr und 3% der Prämie danach. Stellen Sie mithilfe aktuarieller Notation eine Gleichung für P auf. (2 Punkte)
 - (b) Eine 40-jährige Person schließt eine gemischte Versicherung über 20 Jahre auf die Summe von 250.000 € ab. Geben Sie mittels aktuarieller Notation eine Formel für die Standardabweichung des erwarteten Verlustes zum Zeitpunkt 0 an. (2 Punkte)
3. Ein selektiertes 41-jähriges Leben erwirbt eine temporäre Todesfallversicherung mit einer Laufzeit von 3 Jahren, wobei die Versicherungssumme 200.000 € beträgt. Die Prämie wird jährlich im Voraus bezahlt, $i = 0,06$, es fallen keine Kosten an.

$[x]$	$l_{[x]}$	$l_{[x+1]}$	$l_{[x+2]}$	$l_{[x+3]}$	l_{x+4}
[40]	100.000	99.899	99.724	99.520	99.288
[41]	99.802	99.689	99.502	99.283	99.033
[42]	99.597	99.471	99.228	99.030	98.752

- (a) Berechnen Sie die Prämie mithilfe der Sterbetafel. (1 Punkt)
 - (b) Welche Werte kann die Zufallsvariable L_1 , die den Verlust des Versicherers zum Zeitpunkt 1 beschreibt, annehmen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden diese Werte angenommen? (1 Punkt)
 - (c) Berechnen Sie den Mittelwert von L_1 . (1 Punkt)
 - (d) Berechnen Sie die Standardabweichung von L_1 . (1 Punkt)
4. (a) Gegeben seien $a_{60} = 10,996$, $a_{61} = 10,756$, $a_{62} = 10,509$ und $i = 0,06$. Berechnen Sie ${}_2p_{60}$. (1 Punkt)
 - (b) Betrachten Sie die n -jährige Leibrente $\sum_{k=0}^{n-1} v^k \mathbf{1}_{(k,\infty)}(t)$ und drücken Sie den Barwert $\sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x$ mit Hilfe der Kommutationszahlen C_x , D_x , M_x und N_x aus. (1 Punkt)

- (c) Die Sterblichkeitsintensität einer bestimmten Population sei für alle x durch die Sterblichkeitsintensitäten zweier Sterbetafeln A und B gegeben,

$$\mu_x = (\mu_x^A + \mu_x^B)/2.$$

Unter- oder überschätzt $(a_x^A + a_x^B)/2$ den wahren Wert von a_x ? (1 Punkt)

- (d) Berechnen Sie für zwei unabhängige Leben 80 und 81 anhand des folgenden Auszugs einer Sterbetafel

x	q_x
80	0,5
81	0,75
82	1

den Ausdruck $q_{80:81}^1$. (1 Punkt)

Notenschlüssel:

- 15 – 16 Punkte sehr gut
13 – 14 Punkte gut
11 – 12 Punkte befriedigend
7 – 10 Punkte genügend