

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
2. März 2015
Univ.Prof. Dipl.-Math. Dr.rer.nat Rheinländer

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein doppelseitig handbeschriebener A4-Zettel sowie ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner sind erlaubt.

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-Office,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,
e-mail: fam@fam.tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	4	
2	4	
3	4	
4	4	
Σ	16	

Schriftlich:

AssistentIn: Piet Porkert

Mündlich:

Gesamtnote:

1. (a) Berechnen Sie unter der Annahme $i = 0,05$ den Barwert folgender Zahlungen: 11.576,25 € zum Zeitpunkt $t = 3$, 1.140,23 € zum Zeitpunkt $t = 10$, sowie 61.208,86 € zum Zeitpunkt $t = 7$. (1 Punkt)
 - (b) Sie wollen Ihrem Sohn in 13 Jahren ein Sparbuch mit 15.000 € schenken. Wieviel müssen Sie bei einer jährlichen Rendite von 1% jedes Jahr zur Seite legen, wenn Sie in einem Jahr damit beginnen und jedes Jahr dieselbe Summe sparen? (1 Punkt)
 - (c) Eine Schuld von 700.000 € wird bei einem Zinssatz von 3% durch 25 konstante Zahlungen am Jahresende getilgt. Wie hoch ist die Restschuld nach 10 Jahren? (1 Punkt)
 - (d) Sie nehmen einen Kredit von 400.000 € auf um eine Wohnung zu kaufen und zahlen 19 Jahre lang am Jahresende die Zinsen von 4%. Um am Ende des zwanzigsten Jahres den Kredit zu tilgen, sparen Sie pro Jahr eine Summe von x €, die Sie mit einer Rendite von 7% anlegen können. Berechnen Sie x . (1 Punkt)
2. (a) Ein 45-jähriges selektiertes Leben schließt eine gemischte Versicherung mit einer Laufzeit von 20 Jahren ab. Die Summe von 100.000 € wird am Ende des Todesjahres ausbezahlt. Berechnen Sie mithilfe der beigefügten Tabellen auf Seite 4, und der Annahme $i = 0,05$ die Nettoprämie, falls diese jährlich zu Jahresbeginn fällig ist. (3 Punkte)
 - (b) Eine 40-jährige Person schließt eine temporäre Todesfallversicherung über 15 Jahre und eine Versicherungssumme von 200.000 € ab. Die konstante Prämie wird jährlich vorschüssig bezahlt. Die Kosten betragen einmalig 100 €, 15% der Prämie im ersten Jahr und 5% der Prämie ab dem 1. Jahr. Die Versicherungssumme wird im Todesfall am Jahresende ausbezahlt. Stellen Sie mithilfe aktuarieller Notation eine Gleichung für die Prämie auf. (1 Punkt)
3. Ein selektiertes 41-jähriges Leben erwirbt eine temporäre Todesfallversicherung mit einer Laufzeit von 3 Jahren, wobei die Versicherungssumme 200.000 € beträgt. Die Prämie wird jährlich im Voraus bezahlt, $i = 0,06$, es fallen keine Kosten an.

$[x]$	$l_{[x]}$	$l_{[x+1]}$	$l_{[x]+2}$	$l_{[x]+3}$	l_{x+4}
[40]	100.000	99.899	99.724	99.520	99.288
[41]	99.802	99.689	99.502	99.283	99.033
[42]	99.597	99.471	99.628	99.030	98.752

- (a) Berechnen Sie die Prämie mithilfe der Sterbetafel. (1 Punkt)
- (b) Welche Werte kann die Zufallsvariable L_1 , die den Verlust des Versicherers zum Zeitpunkt 1 beschreibt, annehmen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden diese Werte angenommen? (1 Punkt)
- (c) Berechnen Sie den Mittelwert von L_1 . (1 Punkt)
- (d) Berechnen Sie die Standardabweichung von L_1 . (1 Punkt)

4. (a) Gegeben sei $l_x = \sqrt{121 - x}$, $0 \leq x \leq 121$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine 21-jährige Person nach ihrem 40. Geburtstag, aber vor ihrem 57. stirbt. (1 Punkt)
- (b) Zeigen Sie $A_x = \frac{M_x}{D_x}$, wobei es sich bei M_x , D_x um Kommutationszahlen handelt. (1 Punkt)
- (c) Seien x und y zwei Leben, deren zukünftige Lebensdauern unabhängig sind, sowie $\delta = 0,055$, $\mu_{x+t} = 0,045$ und $\mu_{y+t} = 0,035$ für $t \geq 0$, berechnen Sie \overline{A}_{xy}^2 . (1 Punkt)
- (d) Die Sterblichkeitsintensität von Männern sei konstant $\mu = 0,04$, die Sterblichkeitsintensität von Frauen sei $\mu_{x+t} = \frac{1}{100-x-t}$, für $0 < t < 100 - x$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein 50-jähriger Mann vor einer 50-jährigen Frau stirbt.
Hinweis: ${}_t p_x \mu_{x+t} dt = \frac{1}{100-x} dt$, $0 < t < 100 - x$
(1 Punkt)

Notenschlüssel:

- 15 – 16 Punkte sehr gut
 13 – 14 Punkte gut
 11 – 12 Punkte befriedigend
 7 – 10 Punkte genügend

Table 3.7. *Select life table with a two-year select period.*

x	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	l_{x+2}	$x+2$	x	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	l_{x+2}	$x+2$
			100000.00	20	50	98552.51	98450.67	98326.19	52
			99975.04	21	51	98430.98	98318.95	98181.77	53
20	99995.08	99973.75	99949.71	22	52	98297.24	98173.79	98022.38	54
21	99970.04	99948.40	99923.98	23	53	98149.81	98013.56	97846.20	55
22	99944.63	99922.65	99897.79	24	54	97987.03	97836.44	97651.21	56
23	99918.81	99896.43	99871.08	25	55	97807.07	97640.40	97435.17	57
24	99892.52	99869.70	99843.80	26	56	97607.84	97423.18	97195.56	58
25	99865.69	99842.38	99815.86	27	57	97387.05	97182.25	96929.59	59
26	99838.28	99814.41	99787.20	28	58	97142.13	96914.80	96634.14	60
27	99810.20	99785.70	99757.71	29	59	96870.22	96617.70	96305.75	61
28	99781.36	99756.17	99727.29	30	60	96568.13	96287.48	95940.60	62
29	99751.69	99725.70	99695.83	31	61	96232.34	95920.27	95534.43	63
30	99721.06	99694.18	99663.20	32	62	95858.91	95511.80	95082.53	64
31	99689.36	99661.48	99629.26	33	63	95443.51	95057.36	94579.73	65
32	99656.47	99627.47	99593.83	34	64	94981.34	94551.72	94020.33	66
33	99622.23	99591.96	99556.75	35	65	94467.11	93989.16	93398.05	67
34	99586.47	99554.78	99517.80	36	66	93895.00	93363.38	92706.06	68
35	99549.01	99515.73	99476.75	37	67	93258.63	92667.50	91936.88	69
36	99509.64	99474.56	99433.34	38	68	92551.02	91894.03	91082.43	70
37	99468.12	99431.02	99387.29	39	69	91764.58	91034.84	90133.96	71
38	99424.18	99384.82	99338.26	40	70	90891.07	90081.15	89082.09	72
39	99377.52	99335.62	99285.88	41	71	89921.62	89023.56	87916.84	73
40	99327.82	99283.06	99229.76	42	72	88846.72	87852.03	86627.64	74
41	99274.69	99226.72	99169.41	43	73	87656.25	86555.99	85203.46	75
42	99217.72	99166.14	99104.33	44	74	86339.55	85124.37	83632.89	76
43	99156.42	99100.80	99033.94	45	75	84885.49	83545.75	81904.34	77
44	99090.27	99030.10	98957.57	46	76	83282.61	81808.54	80006.23	78
45	99018.67	98953.40	98874.50	47	77	81519.30	79901.17	77927.35	79
46	98940.96	98869.96	98783.91	48	78	79584.04	77812.44	75657.16	80
47	98856.38	98778.94	98684.88	49	79	77465.70	75531.88	73186.31	81
48	98764.09	98679.44	98576.37	50	80	75153.97	73050.22	70507.19	82
49	98663.15	98570.40	98457.24	51					

Table 6.1. *Annuity values using the Standard Select Survival Model.*

x	$\ddot{a}_{[x]}$	$\ddot{a}_{[x]+1}$	\ddot{a}_{x+2}	$x+2$	x	$\ddot{a}_{[x]}$	$\ddot{a}_{[x]+1}$	\ddot{a}_{x+2}	$x+2$
20	19.96732	19.91993	19.87070	22	51	16.85028	16.66175	16.46782	53
21	19.92062	19.87095	19.81934	23	52	16.66514	16.46908	16.26762	54
22	19.87165	19.81959	19.76549	24	53	16.47277	16.26899	16.05987	55
23	19.82030	19.76574	19.70903	25	54	16.27303	16.06137	15.84443	56
24	19.76647	19.70929	19.64985	26	55	16.06579	15.84608	15.62122	57
25	19.71003	19.65012	19.58783	27	56	15.85091	15.62302	15.39012	58
26	19.65087	19.58810	19.52282	28	57	15.62831	15.39210	15.15109	59
27	19.58887	19.52310	19.45471	29	58	15.39789	15.15325	14.90407	60
28	19.52389	19.45500	19.38336	30	59	15.15960	14.90644	14.64906	61
29	19.45581	19.38365	19.30862	31	60	14.91340	14.65165	14.38606	62
30	19.38449	19.30892	19.23034	32	61	14.65927	14.38890	14.11512	63
31	19.30979	19.23066	19.14838	33	62	14.39724	14.11822	13.83632	64
32	19.23156	19.14871	19.06258	34	63	14.12736	13.83972	13.54979	65
33	19.14965	19.06292	18.97277	35	64	13.84972	13.55351	13.25568	66
34	19.06390	18.97313	18.87880	36	65	13.56444	13.25975	12.95420	67
35	18.97415	18.87917	18.78049	37	66	13.27169	12.95864	12.64561	68
36	18.88024	18.78088	18.67766	38	67	12.97168	12.65045	12.33019	69
37	18.78201	18.67807	18.57014	39	68	12.66467	12.33547	12.00830	70
38	18.67927	18.57058	18.45776	40	69	12.35097	12.01406	11.68035	71
39	18.57184	18.45822	18.34031	41	70	12.03093	11.68661	11.34678	72
40	18.45956	18.34081	18.21763	42	71	11.70495	11.35359	11.00812	73
41	18.34224	18.21815	18.08951	43	72	11.37350	11.01550	10.66491	74
42	18.21969	18.09007	17.95577	44	73	11.03709	10.67291	10.31778	75
43	18.09172	17.95637	17.81621	45	74	10.69629	10.32644	9.96740	76
44	17.95814	17.81686	17.67065	46	75	10.35171	9.97676	9.61449	77
45	17.81876	17.67135	17.51889	47	76	10.00402	9.62458	9.25981	78
46	17.67340	17.51965	17.36074	48	77	9.65395	9.27067	8.90416	79
47	17.52187	17.36156	17.19602	49	78	9.30225	8.91584	8.54841	80
48	17.36397	17.19691	17.02453	50	79	8.94973	8.56093	8.19341	81
49	17.19952	17.02551	16.84612	51	80	8.59722	8.20681	7.84008	82
50	17.02835	16.84718	16.66060	52					