

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**Lebensversicherungsmathematik WS 2008/09**  
**(Vorlesungsprüfung)**  
**7. Mai 2009**  
**Dr. Reinhold Kainhofer**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im Sekretariat, FH 7.Stock,  
Sandra Trenovatz, Tel. 01 / 58801 - 10511,  
e-mail: [secr@fam.tuwien.ac.at](mailto:secr@fam.tuwien.ac.at)

Bsp.	Max.	Punkte
1	6	
2	6	
3	6	
$\Sigma$	18	

1. Es gelte  $i = 4\%$  und die folgende Sterbetabelle:

(6 Pkt.)

$x$	$l_x$	$d_x$
60	100	2
61	98	3
62	95	2
63	93	4
64	89	4
65	85	5
66	80	4

- (a) Ein 61-jähriger legt 10.000 Euro zur Altersvorsorge in Form einer 6-jährigen Erlebensversicherung an. Wie viel erhält er, wenn er nach sechs Jahren noch lebt? (1)
- (b) Zusätzlich zur Einmalprämie von 10.000 Euro zahlt er in den kommenden fünf Jahren (vorausgesetzt er ist am Leben) einen konstanten Betrag ein. Wie hoch muss dieser Betrag sein, damit er mit 67 (falls am Leben) 20.000 Euro erhält? (3)
- (c) Wiederhole die vorangegangene Teilaufgabe für den Fall, dass Abschlusskosten von 300 Euro und Inkassokosten von 8% (allerdings nicht auf die Einmalzahlung am Anfang) einkalkuliert werden müssen. (2)

2. Die Dichte  $g_{40}$  der Restlebensdauer eines 40-jährigen sei gegeben durch  $g_{40}(t) = c_1$  für  $0 \leq t \leq 20$  und  $g_{40}(t) = c_2$  für  $20 < t \leq 40$  sowie  $g_{40}(t) = 0$  für  $t > 40$ . Die Zinsintensität betrage 0.01. (6 Pkt.)

- (a) Zeige, dass für die Konstanten  $c_1$  und  $c_2$  die Gleichung  $c_1 + c_2 = \frac{1}{20}$  gilt. Berechne  $c_1$  und  $c_2$  unter der Annahme, dass  $\mathbb{E}(T_{40}) = 25$  gilt (Ansonsten verwende im Folgenden  $c_1 = \frac{1}{60}$  und  $c_2 = \frac{2}{60}$ ). (2)
- (b) Ein 40-jähriger schließt eine ewige, zum exakten Todeszeitpunkt ausbezahlte Ablebensversicherung über 1000 Euro ab, deren Prämie stetig mit gleichbleibender Intensität  $\rho$  eingezahlt wird. Berechne  $\rho$  unter der Annahme, dass Abschlusskosten von 50 Euro zu berücksichtigen sind. (2)
- (c) 5 Jahre nach Vertragsabschluss soll der Vertrag bei Zahlung einer Entschädigung gekündigt werden. Wie hoch muss diese Entschädigung sein und wer hat sie zu zahlen, die Versicherung oder der Kunde? (2)

3. Betrachte die beiliegende Leibrententafel. Es gelte  $i = 2\%$ .

(6 Pkt.)

- (a) Berechne aus den Werten der Leibrententafel die Überlebenswahrscheinlichkeiten  $p_{62}$ ,  $p_{67}$  und  $p_{72}$ . Berechne  ${}_{15}\hat{p}_{60} = (p_{62}p_{67}p_{72})^5$  und erkläre, wieso  ${}_{15}\hat{p}_{60}$  eine sinnvolle Schätzung für  ${}_{15}p_{60}$  ist (Ansonsten verwende im Folgenden  ${}_{15}\hat{p}_{50} = 85\%$ ). (2)
- (b) Eine 60-jährige Frau schließt eine auf 15 Jahre befristete gemischte Versicherung ab, die im Sterbefall am Ende des Todesjahres 1000 Euro und bei Überleben 3000 Euro zahlt. Berechne mit Hilfe der Schätzung  ${}_{15}\hat{p}_{60}$  die Nettoeinmalprämie. (2)
- (c) Ein Jahr vor Ablauf des Vertrages möchte die Frau die Versicherung in eine ewige Leibrente umwandeln, die (beginnend im kommenden Jahr) jährlich vorschüssig einen konstanten Betrag einzahlt. Wie hoch ist dieser Betrag? (2)