

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**Lebensversicherungsmathematik**  
**(Vorlesungsprüfung)**  
**31. Jänner 2008**  
**Prof. Schmock (WS 2007/08)**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im Sekretariat, FH 7.Stock,  
Sandra Trenovatz, Tel. 01 / 58801 - 10511,  
e-mail: [secr@fam.tuwien.ac.at](mailto:secr@fam.tuwien.ac.at)

Bsp.	Max.	Punkte
1	6	
2	6	
3	6	
$\Sigma$	18	

1. Betrachte eine lebenslängliche Ablebensversicherung einer 35-jährigen Frau mit der Ablebenssumme 200 000. Die Prämien sollen jährlich bis zum Alter von 65 gezahlt werden. (6 Pkt.)

Im Alter von 55 wird die Frau von ihrem Mann verlassen und da sie keine Kinder hat, will sie das Geld der Versicherung selbst ausgeben. Sie wandelt daher die Ablebensversicherung in eine lebenslängliche, vorschüssige, monatlich ausbezahlte Leibrente um. Die Prämienzahlungen bis zum Alter von 65 bleiben dabei unverändert.

Benutze einen technischen Zinssatz von 3% und die beiliegende Sterbe- und Leibrententafel und beantworte die nachfolgenden Fragen:

- (a) Wie hoch ist die Jahresprämie der Ablebensversicherung? (2)  
(b) Wie groß ist das Nettodeckungskapital vor der Vertragsänderung? (2)  
(c) Wie hoch ist die monatliche Leibrente, die die Frau ab 55 erhält? (2)

2. Eine österreichische Frau schließt im Alter von 23 eine gemischte Versicherung mit einer Laufzeit von 30 Jahren ab, die allerdings um 7 Jahre aufgeschoben ist (d.h. der Versicherungsschutz beginnt erst in 7 Jahren und läuft ab dann 30 Jahre). Die Versicherungssumme sei 100 000 und die Ablebensleistung wird am Ende des Todesjahres ausbezahlt. Die konstanten jährlichen Prämien werden von Vertragsabschluss an für 27 Jahre, also bis zum Alter von 50, bezahlt. (6 Pkt.)

Unter Verwendung eines Zinssatzes von 3% und mithilfe der beiliegenden österreichischen Sterbe- und Leibrententafel 2000/02 löse die folgenden Aufgaben:

- (a) Wie hoch ist die jährliche Prämie der Versicherung? (2)  
(b) Wie groß ist das Nettodeckungskapital nach 31 Jahren und 3 Monaten? Welche Annahme wurde dabei gemacht? (2)  
(c) Wenn die Auszahlung der Ablebenssumme nicht mehr am Ende des Todesjahres sondern zum Todeszeitpunkt erfolgt, wie verändert sich die jährliche Prämie der Versicherung? (2)

3. Betrachte ein Modell mit zwei Ausscheideursachen: (6 Pkt.)

- (i) Die Person im aktiven Zustand stirbt mit Ausscheideintensität:

$$\mu_{1,x+t} = \frac{6}{x + 2t}.$$

- (ii) Die Person wird invalid mit Ausscheideintensität für  $t \leq x^3$ :

$$\mu_{2,x+t} = \frac{1}{x^3 - t}.$$

Es ist nicht möglich aus dem invaliden Zustand in den aktiven Zustand zurückzukehren.

- (a) Zeige, dass für die Wahrscheinlichkeit  ${}_t p_x$ , dass ein  $x$ -Jähriger für mindestens die Zeit  $t \leq x^3$  im aktiven Zustand ist, gilt:

$${}_t p_x = \frac{x^3 - t}{(x + 2t)^3}. \quad (2)$$

- (b) Eine Person schließt im Alter von  $x$  eine lebenslängliche Versicherung ab, die bei Tod im gesunden Zustand im Alter von  $x+t$  eine Ablebensleistung in Höhe  $c(t) = 10\,000(x+2t)^4$  zum Todeszeitpunkt leistet. Berechne die Nettoeinmalprämie, wenn die Zinsintensität  $\delta > 0$  ist. (2)
- (c) Zusätzlich zu der Ablebensleistung aus Teilaufgabe b) zahlt die Versicherung, wenn die Person im Alter  $x+t$  invalid wird, ab diesem Zeitpunkt eine lebenslängliche Leibrente mit kontinuierlicher Zahlung in Höhe von  $r(s) = 1\,000 e^{\delta s}$ , wobei  $s$  die Zeit ist seit Vertragsabschluss. Die Überlebenswahrscheinlichkeit eines im Alter  $x'$  invalid Gewordenen sei  ${}_t p_{x'}^{(I)} = e^{-t}$  für  $t \in [0, \infty)$  und die Zinsintensität sei konstant  $\delta > 0$ . Berechne die Nettoeinmalprämie dieser erweiterten Versicherung. (2)