

Name:

Mat.Nr.:

Studium:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**Lebensversicherungsmathematik**  
**(Vorlesungsprüfung)**  
**5. März 2007**  
**R. Kainhofer (WS 2006/07) /**  
**Prof. Schachermayer (WS 2005/06)**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt, bitte alle Zwischenschritte angeben)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im Sekretariat, FH 7.Stock,  
Sandra Trenovatz, Tel. 01 / 58801 - 10511,  
e-mail: [secr@fam.tuwien.ac.at](mailto:secr@fam.tuwien.ac.at)

Bsp.	Max.	Punkte
1	7	
2	6	
3	5	
$\Sigma$	18	

1. Es sei für  $a = 1$  die Sterbewahrscheinlichkeit gegeben als

(7 Pkt.)

$${}_t p_x = e^{-t} \frac{x+t^a}{x}$$

- (a) Bestimme daraus die Sterbeintensität  $\mu_{x+t}$  sowie  $\mathbb{E}[T_x]$ . (2.5)
- (b) Bestimme die Netto-Einmalprämie einer um  $k = 10$  Jahr aufgeschobenen Leibrente der Höhe  $H_1$  an eine  $x$ -jährige Person, wenn (a) die Zinsintensität  $\delta(t) = 0$  und (b)  $\delta(t) = 1$  beträgt! (2.5)
- (c) Bestimme die stetige Nettoprämie einer lebenslangen Ablebensversicherung mit konstanter Leistung  $H_2$  im Todeszeitpunkt, wenn keine Zinsen bezahlt werden ( $\delta(t) = 0$ ). Die Prämien werden dabei ebenso lebenslang bezahlt und werden nicht verzinst. (2)

2. Die lebenslängliche Ablebensversicherung eines  $x$ -jährigen ist gegen eine lebenslängliche Prämie abgeschlossen, die in den ersten 5 Versicherungsjahren doppelt so hoch ist, als während der restlichen Versicherungsdauer.

(6 Pkt.)

Nach Ablauf von 15 Jahren wird die Versicherung in eine gemischt Versicherung des nunmehr  $(x + 15)$ -jährigen umgewandelt, mit einer restlichen Laufzeit von 10 Jahren. Die Versicherungssumme soll dabei verdoppelt werden. Während dieser neuen Laufzeit sind gleichbleibende jährliche Prämien ab dem Umwandlungstag zu bezahlen.

Bestimme in allgemeinen Formeln mit nicht näher spezifiziertem Zins  $i$ , Alter  $x$  und Versicherungshöhe  $H$ :

- (a) Die ausreichende Prämie der ursprünglichen Versicherung bei Kosten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ . (2)
- (b) Das ausreichende Deckungskapital am Umwandlungstag, wobei sowohl die prospektive als auch die retrospektive Darstellung angegeben werden soll. (2)
- (c) Die ab der Umwandlung zu bezahlende ausreichende Prämie. (2)
- (d) *Bonusbeispiel: Zeige die Gleichheit der pro- und der retrospektiven Darstellung des Deckungskapitals aus Aufgabe 2b.* (2 Bonuspunkte)

3. Betrachte eine reine Erlebensversicherung und eine gemischte Versicherung, beide auf eine Laufzeit von  $n = 30$  Jahren an einen  $x = 30$ -jährigen österreichischen Mann. Bei einem Zins von  $i = 3\%$  bestimme folgende Größen mittels der beiliegenden österreichischen Sterbe- und Leibrententafeln.

(5 Pkt.)

- (a) Bestimme die Spar- und die Risikoprämie im ersten Jahr, zu  $t = 15$  Jahre und im letzten Versicherungsjahr! (2.5)
- (b) Bestimme das Netto-Deckungskapital der beiden Versicherungen nach dem ersten Jahr, zu  $t = 15$  Jahre und am Anfang des letzten Jahres! (2.5)

# Barwerte einer lebenslang vorschüssigen Rente vom Betrag 1 nach der Sterbetafel 2000/2002

Genaueres Alter in Jahren	Zinsfuß												
	0,0%	0,5%	1,0%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%	4,0%	4,5%	5,0%	5,5%	6,0%
0	76,012	62,998	52,981	45,178	39,027	34,121	30,162	26,931	24,266	22,045	20,174	18,585	17,222
1	75,415	62,643	52,783	45,082	38,996	34,131	30,198	26,983	24,327	22,110	20,241	18,652	17,288
2	74,440	61,972	52,319	44,759	38,769	33,971	30,085	26,902	24,268	22,067	20,210	18,629	17,271
3	73,466	61,293	51,846	44,427	38,535	33,805	29,965	26,816	24,206	22,021	20,176	18,603	17,252
4	72,474	60,607	51,364	44,087	38,293	33,631	29,840	26,724	24,139	21,972	20,139	18,575	17,230
5	71,485	59,914	50,876	43,740	38,045	33,452	29,710	26,629	24,068	21,919	20,099	18,545	17,207
6	70,494	59,216	50,381	43,386	37,791	33,268	29,575	26,529	23,994	21,863	20,056	18,512	17,181
7	69,503	58,515	49,881	43,027	37,531	33,079	29,436	26,426	23,916	21,804	20,012	18,478	17,154
8	68,511	57,809	49,376	42,663	37,266	32,884	29,292	26,319	23,836	21,743	19,965	18,441	17,126
9	67,518	57,099	48,865	42,293	36,996	32,685	29,144	26,208	23,752	21,679	19,915	18,402	17,095
10	66,525	56,386	48,349	41,917	36,720	32,481	28,992	26,093	23,664	21,612	19,863	18,361	17,063
11	65,533	55,669	47,828	41,535	36,438	32,272	28,835	25,974	23,574	21,542	19,808	18,318	17,028
12	64,540	54,949	47,301	41,148	36,151	32,057	28,673	25,851	23,479	21,469	19,751	18,273	16,992
13	63,548	54,225	46,770	40,755	35,858	31,837	28,506	25,724	23,381	21,392	19,691	18,225	16,953
14	62,556	53,499	46,234	40,357	35,560	31,612	28,336	25,593	23,280	21,313	19,628	18,175	16,913
15	61,570	52,773	45,697	39,956	35,259	31,385	28,162	25,460	23,176	21,232	19,564	18,124	16,871
16	60,592	52,051	45,160	39,555	34,957	31,156	27,987	25,325	23,072	21,150	19,499	18,072	16,830
17	59,626	51,335	44,627	39,155	34,656	30,927	27,812	25,191	22,967	21,068	19,435	18,021	16,789
18	58,671	50,626	44,097	38,758	34,356	30,699	27,638	25,057	22,864	20,988	19,372	17,971	16,749
19	57,726	49,921	43,569	38,360	34,055	30,470	27,463	24,922	22,760	20,907	19,309	17,922	16,710
20	56,784	49,216	43,039	37,959	33,751	30,238	27,285	24,785	22,653	20,824	19,244	17,871	16,670
21	55,841	48,507	42,503	37,552	33,440	30,000	27,107	24,643	22,543	20,738	19,176	17,817	16,627
22	54,898	47,793	41,961	37,139	33,123	29,755	26,912	24,495	22,427	20,647	19,104	17,760	16,582
23	53,952	47,075	41,413	36,718	32,799	29,504	26,717	24,342	22,307	20,552	19,029	17,700	16,533
24	53,006	46,352	40,858	36,290	32,467	29,246	26,515	24,184	22,182	20,452	18,949	17,636	16,482
25	52,058	45,625	40,297	35,856	32,129	28,981	26,306	24,019	22,051	20,348	18,866	17,569	16,427
26	51,109	44,893	39,730	35,414	31,783	28,709	26,092	23,848	21,915	20,239	18,778	17,497	16,369
27	50,158	44,156	39,155	34,964	31,430	28,430	25,870	23,671	21,773	20,124	18,685	17,422	16,308
28	49,206	43,413	38,574	34,507	31,068	28,143	25,641	23,488	21,625	20,004	18,587	17,342	16,242
29	48,250	42,665	37,985	34,041	30,698	27,848	25,403	23,296	21,470	19,878	18,484	17,257	16,171
30	47,293	41,911	37,389	33,567	30,319	27,543	25,158	23,097	21,308	19,745	18,374	17,166	16,096
31	46,334	41,151	36,785	33,085	29,932	27,231	24,905	22,891	21,138	19,606	18,259	17,070	16,016
32	45,374	40,388	36,175	32,595	29,537	26,911	24,644	22,677	20,963	19,460	18,138	16,969	15,931
33	44,415	39,622	35,560	32,099	29,135	26,583	24,376	22,457	20,781	19,309	18,012	16,863	15,842
34	43,459	38,854	34,940	31,597	28,726	26,249	24,101	22,230	20,592	19,152	17,880	16,752	15,748
35	42,503	38,083	34,316	31,088	28,310	25,907	23,819	21,996	20,397	18,989	17,743	16,636	15,649
36	41,550	37,310	33,686	30,574	27,888	25,559	23,530	21,755	20,196	18,819	17,600	16,515	15,545
37	40,598	36,535	33,053	30,053	27,458	25,203	23,234	21,508	19,988	18,644	17,451	16,388	15,436
38	39,650	35,760	32,416	29,528	27,023	24,840	22,931	21,253	19,773	18,462	17,296	16,255	15,323
39	38,707	34,985	31,777	28,998	26,582	24,472	22,622	20,993	19,553	18,275	17,136	16,118	15,205
40	37,770	34,212	31,136	28,465	26,137	24,099	22,308	20,727	19,327	18,082	16,971	15,976	15,082
41	36,837	33,439	30,493	27,929	25,687	23,720	21,987	20,455	19,095	17,883	16,800	15,829	14,954
42	35,910	32,668	29,849	27,388	25,232	23,336	21,661	20,177	18,857	17,679	16,624	15,676	14,822
43	34,989	31,898	29,203	26,844	24,772	22,945	21,329	19,893	18,613	17,469	16,442	15,518	14,684
44	34,072	31,128	28,555	26,296	24,307	22,549	20,990	19,602	18,363	17,252	16,254	15,354	14,540
45	33,161	30,361	27,905	25,745	23,837	22,147	20,645	19,305	18,106	17,029	16,060	15,184	14,391
46	32,256	29,595	27,255	25,190	23,363	21,740	20,294	19,002	17,842	16,800	15,860	15,009	14,237
47	31,358	28,832	26,604	24,633	22,885	21,328	19,938	18,692	17,573	16,565	15,654	14,827	14,077
48	30,468	28,072	25,953	24,075	22,403	20,912	19,576	18,378	17,299	16,324	15,442	14,641	13,911
49	29,586	27,316	25,304	23,514	21,918	20,491	19,210	18,058	17,018	16,078	15,224	14,448	13,741
50	28,713	26,565	24,656	22,953	21,432	20,067	18,840	17,733	16,733	15,826	15,002	14,251	13,565
51	27,850	25,820	24,010	22,393	20,943	19,640	18,466	17,405	16,443	15,570	14,775	14,049	13,385
52	26,997	25,081	23,368	21,833	20,454	19,211	18,088	17,072	16,149	15,309	14,543	13,842	13,200
53	26,155	24,348	22,728	21,273	19,963	18,779	17,708	16,735	15,850	15,044	14,306	13,631	13,011
54	25,322	23,620	22,091	20,714	19,471	18,345	17,323	16,394	15,547	14,773	14,064	13,414	12,816
55	24,497	22,898	21,456	20,155	18,976	17,907	16,934	16,048	15,238	14,497	13,817	13,191	12,615
56	23,681	22,179	20,822	19,594	18,479	17,465	16,541	15,697	14,924	14,214	13,563	12,962	12,408
57	22,872	21,464	20,189	19,032	17,979	17,019	16,142	15,339	14,603	13,925	13,302	12,727	12,195
58	22,070	20,753	19,557	18,468	17,475	16,568	15,738	14,975	14,275	13,629	13,034	12,484	11,974
59	21,275	20,045	18,924	17,902	16,968	16,112	15,327	14,605	13,940	13,326	12,759	12,233	11,745
60	20,487	19,340	18,293	17,335	16,458	15,652	14,911	14,228	13,598	13,015	12,475	11,974	11,509
61	19,706	18,638	17,662	16,766	15,944	15,187	14,489	13,845	13,249	12,697	12,184	11,708	11,265
62	18,934	17,943	17,033	16,198	15,428	14,719	14,063	13,456	12,894	12,372	11,887	11,435	11,013
63	18,172	17,253	16,409	15,631	14,912	14,249	13,634	13,064	12,534	12,042	11,583	11,155	10,755
64	17,422	16,573	15,790	15,067	14,398	13,778	13,202	12,668	12,170	11,707	11,274	10,869	10,491
65	16,686	15,902	15,178	14,507	13,885	13,308	12,771	12,270	11,804	11,368	10,961	10,580	10,222
66	15,965	15,243	14,574	13,953	13,376	12,839	12,339	11,872	11,436	11,027	10,645	10,286	9,949
67	15,258	14,595	13,979	13,405	12,872	12,374	11,908	11,473	11,066	10,684	10,326	9,989	9,672
68	14,567	13,959	13,393	12,864	12,371	11,911	11,479	11,075	10,696	10,339	10,004	9,689	9,392
69	13,892	13,335	12,816	12,331	11,876	11,451	11,052	10,677	10,325	9,993	9,681	9,386	9,108
70	13,232	12,724	12,249	11,804	11,387	10,995	10,626	10,280	9,954	9,646	9,355	9,071	8,821
71	12,588	12,125	11,692	11,285	10,902	10,542	10,204	9,884	9,582	9,298	9,028	8,773	8,532
72	11,959	11,539	11,145	10,773	10,424	10,094	9,783	9,489	9,212	8,949	8,700	8,463	8,239
73	11,345	10,965	10,608	10,270	9,952	9,651	9,366	9,097	8,841	8,599	8,370	8,152	7,944
74	10,748	10,405	10,081	9,775	9,486	9,212	8,952	8,706	8,472	8,250	8,039	7,839	7,647
75	10,167	9,858	9,566	9,290	9,028	8,779	8,543	8,319	8,105	7,902	7,709	7,525	7,349
76	9,603	9,326	9,063	8,814	8,578	8,353	8,139	7,935					