

Name:

Mat.Nr.:

Studium:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**Lebensversicherungsmathematik  
(Vorlesungsprüfung)**

**31. Jänner 2007**

**Kainhofer (WS06/07) / Schachermayer (WS05/06)**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt, bitte alle Zwischenschritte angeben)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im Sekretariat, FH 7.Stock,  
Tel. 01 / 58801 - 10511, e-mail: [secr@fam.tuwien.ac.at](mailto:secr@fam.tuwien.ac.at)

Bsp.	Max.	Punkte
1	6	
2	6	
3	4	
4	2	
$\Sigma$	18	

1. (Versicherung der Restschuld) Ein  $x$ -jähriger Mann nimmt für den Bau eines Hauses ein Darlehen in der Höhe von 300.000 € auf, die verzinst mit Zinssatz  $i$  in 10 Jahren durch eine Einmalzahlung zurückgezahlt werden müssen. Damit im Falle seines Ablebens seine Gattin nicht durch die Schulden belastet wird, schließt er eine reine 10-jährige Ablebensversicherung ab (mit demselben Zinssatz  $i$ ), welche am Ende des Todesjahres die zu diesem Zeitpunkt verbleibende Restschuld begleicht. (6 Pkt.)
- (a) Bestimme die Formel für die Höhe der Netto-Einmalprämie dieser Versicherung in allgemeiner Form! (1,5)
- (b) Bestimme die Formel für die Höhe der Netto-Einmalprämie bei Benutzung der Ansatzes von De Moivre (gleichverteilter Todeszeitpunktes mit Höchstalter  $\omega = 100$ :  $q_x = 1/(100 - x)$ ). Bestimme außerdem die Höhe der NEP für einen 35-jährigen österreichischen Mann mit den beiliegenden Sterbetafeln bei einem Zins von  $i = 2,5\%$ . (2,5)
- (c) Wenn die Ablebensversicherung am Ende des Todesmonats auszahlt, und die Prämie nicht als Einmalzahlung, sondern monatlich bezahlt werden soll, wie hoch ist diese Prämie bei einem Zins von  $i = 2,5\%$ ? (2,5)
2. Ein österreichischer Mann im Alter  $x = 30$  schließt eine gemischte Versicherung der Höhe 10.000 € auf 20 Jahre ab, die durch jährliche Prämien über 10 Jahre bezahlt werden soll. Bei einem Zinssatz von  $i = 3\%$  beantworte folgende Fragen: (6 Pkt.)
- (a) Wie hoch sind die jährlichen Prämien? (1)
- (b) Bestimme  ${}_{10}V_x$ , sowie daraus rekursiv  ${}_{11}V_x$  und  ${}_{12}V_x$ . (2)
- (c) Nach Ablauf der 10 Jahre Prämienzahlung, beschließt der Mann, noch 5 weitere Jahre dieselbe Prämie zu bezahlen, um die Erlebensfall-Leistung zu erhöhen (die Ablebensleistung bleibt weiterhin 10.000 €!). Wie hoch ist diese neue Auszahlung? (2)
- (d) Bestimme das DK  ${}_{10}V'_x$  und  ${}_{11}V'_x$  dieser modifizierten Versicherung! (1)
3. Ein österreichischer Mann im Alter von 22 Jahren und 6 Monaten schließt eine lebenslängliche Ablebensversicherung ab, die durch jährliche Prämien bezahlt werden soll. Die Abschlusskosten seien  $\alpha = 0.05$ , die Verwaltungskosten  $\gamma = 0.03$ , für Inkassokosten wird kein Beitrag verrechnet ( $\beta = 0$ ). Bestimme für einen Zinssatz von  $i = 0,03$  die Höhe der jährlichen Prämien! Welche Annahmen wurden dabei benutzt? (4) (4 Pkt.)
4. Betrachte eine lebenslängliche Ablebensversicherung der Höhe 1 an eine  $x$ -jährige Person. Die Spar- und Risikoprämie haben im Jahr  $k$  denselben Wert. Mit  $q_{x+k} = 0.03$ ,  $\ddot{a}_{x+k} = 15$  und einem Zins von  $i = 0.03$  bestimme das Netto-Deckungskapital  ${}_kV_x$ . (2 + 2 Bonuspunkte) (2 Pkt.)

*Bemerkung:* Etliche der Beispiele können durch den geeigneten Ansatz, bzw. durch die geeignete Aufspaltung in kleinere Komponenten relativ effizient und rasch beantwortet werden!



