

Name:

Mat.Nr.:

Studienkennz.:

Exchange student (Erasmus, ...)

Bitte keinen Rotstift verwenden!

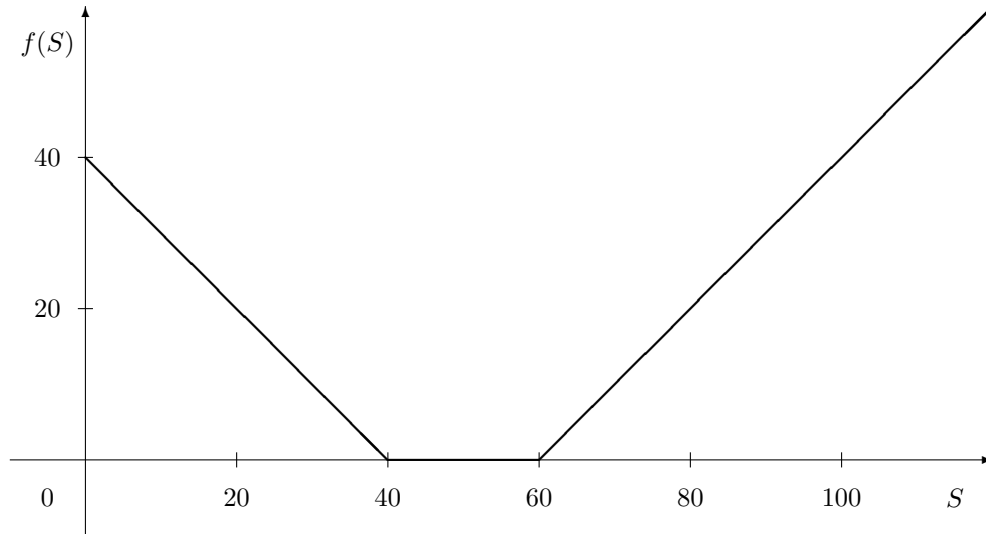
**105.057 Finanzmathematik**  
**Vorlesung, 2007S, 4.0h**  
**29. November 2007**  
**Schachermayer**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung auf der Liste oder...?!

Bsp.	Max.	Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
$\Sigma$	15	

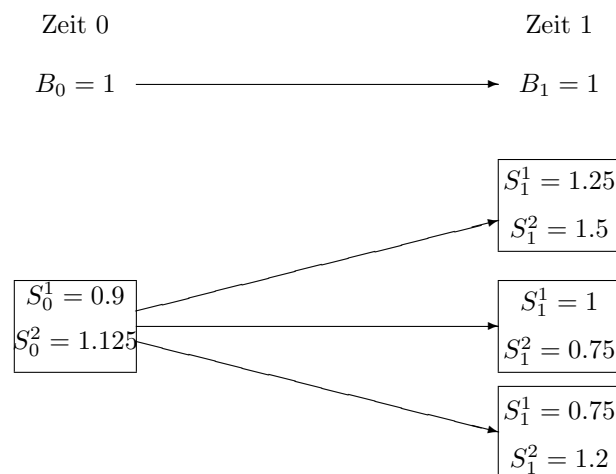
1. Ein *Strangle* auf eine dividendenlose Aktie  $S$ , Fälligkeitsdatum  $T > 0$ , hat das Auszahlungsprofil  $f(S_T)$ , wobei die Funktion  $f$  in folgender Grafik dargestellt ist.



- (a) Beschreiben Sie den Payoff durch eine Formel in der Form  $f(S) = \dots$  und zeigen Sie, daß der Strangle durch ein Portfolio aus Put- und Call-Optionen (statisch) repliziert werden kann.
- (b) Drei Monate vor Fälligkeit wird der Strangle zu 1.60\$ gehandelt. Der entsprechende Aktienkurs beträgt zu diesem Zeitpunkt 50.00\$, der risikolose Zinssatz beträgt 3% per annum. Gleichzeitig werden Europäische Call-Optionen auf die gleiche Aktie, mit Ausübungspreis 40\$ bzw. 60\$ und gleicher Fälligkeit für 10.85\$ bzw. 1.15\$ gehandelt. Realisieren Sie einen Arbitrage-Gewinn. Erklären Sie dazu detailliert die verschiedenen Positionen ihres Arbitrage-Portfolios zu Beginn. Diskutieren Sie möglichst ausführlich den Payoff ihres Portfolios zum Fälligkeitstermin.
- (c) Was wäre der arbitrage-freie Preis des Strangle, wenn die anderen Preise als korrekt und gegeben anzunehmen sind?
2. Betrachten Sie das Black-Scholes-Modell und eine Europäische Put-Option auf eine dividendengeschützte Aktie. Der aktuelle Preis der Aktie beträgt 48\$, der Strike der Option ist 50\$, Fälligkeit ist in 3 Monaten, der risikolose Zins ist 4% und die Volatilität ist 25% per Annum.
- (a) Berechnen Sie den Black-Scholes Preis für die Option.
- (b) Ein Monat später steht der Aktienkurs bei 50\$. Wieviele Aktien und wieviele Einheiten vom Bond sind nun in einem replizierenden Portfolio?

[Normalverteilungstabelle war beigelegt!]

3. Betrachten Sie ein Einperiodenmodell mit Bond  $B$  und zwei Stocks  $S^1$  und  $S^2$ . Die Dynamik von Bond und Stocks ist in der folgenden Grafik abgebildet.



Zeigen Sie, daß die Europäische *Margrabe-Option*<sup>1</sup> mit Payoff  $(S_1^1 - S_1^2)_+$  zur Fälligkeit  $t = 1$  durch ein Portfolio aus  $(B, S^1, S^2)$  repliziert werden kann, und berechnen Sie ihren arbitrage-freien Preis. .

<sup>1</sup>William Margrabe, The Value of an Option to Exchange One Asset for Another, The Journal of Finance, Vol. 33, No. 1 (1978), pp. 177-186