

Name:

Mat.Nr.:

Studienkennz.:

Exchange student (Erasmus, ...)

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**105.057 Finanzmathematik
Vorlesung, 2007S, 4.0h
25. Juni 2007
Schachermayer**

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

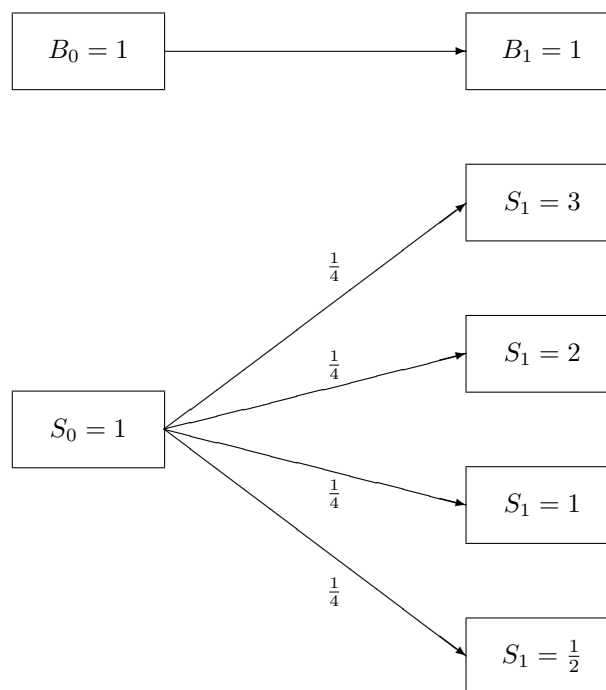
Anmeldung zur mündlichen Prüfung auf der Liste oder...?!

Bsp.	Max.	Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
Σ	15	

1. Ein Straddle (Stellagegeschäft) auf eine dividendenlose Aktie S , mit Ausübungspreis $K > 0$ und Fälligkeitsdatum $T > 0$, hat das Auszahlungsprofil $|S_T - K|$.
 - (a) Zeigen Sie, daß der Straddle durch ein Portfolio aus Put- und Call-Optionen (statisch) repliziert werden kann.
 - (b) Sechs Monate vor Fälligkeit wird ein Straddle mit Ausübungspreis 40\$ zu 4\$ gehandelt. Der entsprechende Aktienkurs beträgt zu diesem Zeitpunkt 42\$, der risikolose Zinssatz beträgt 4% per annum. Gleichzeitig wird eine Europäische Call-Option auf die gleiche Aktie, mit gleichem Ausübungspreis und gleicher Fälligkeit für 3.70\$ gehandelt. Realisieren Sie einen Arbitrage-Gewinn.
Erklären Sie dazu detailliert die verschiedenen Positionen ihres Arbitrage-Portfolios zu Beginn. Diskutieren Sie möglichst ausführlich den Payoff ihres Portfolios zum Fälligkeitstermin.
 - (c) Was wäre der arbitrage-freie Preis des Straddle, wenn die anderen Preise als korrekt und gegeben anzunehmen sind?

2. Betrachten Sie das Black-Scholes-Modell und eine Europäische Call-Option auf eine Dividendenlose Aktie. Der aktuelle Preis der Aktie beträgt 52\$, der Strike der Option ist 50\$, Fälligkeit ist in 3 Monaten, der risikolose Zins ist 6% und die Volatilität ist 30% per Annum.
 - (a) Berechnen Sie den Black-Scholes Preis für die Option.
 - (b) Ein Monat später steht der Aktienkurs bei 50\$. Wieviele Aktien und wieviele Einheiten vom Bond sind nun in einem replizierenden Portfolio?

3. Betrachten Sie das durch folgenden Quadrinomial-Baum dargestellte Einperioden-Finanzmarktmodell.



Diese Grafik beschreibt den Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{F}, P) , wobei $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_4\}$, \mathcal{F} die Potenzmenge, und P die diskrete Gleichverteilung of Ω ist. Weiters ist $S_1(\omega_1) = 3, \dots, S_1(\omega_4) = \frac{1}{2}$ (von oben nach unten).

- (a) Finden Sie zwei äquivalente Martingalmaße Q , und geben Sie die beiden jeweils als Vektor (q_1, q_2, q_3, q_4) an, wobei $q_1 = Q[\{\omega_1\}], \dots, q_4 = Q[\{\omega_4\}]$ bedeuten soll. [Gefragt sind konkrete Zahlen!]
- (b) Finden Sie ein absolut stetiges Martingalmaß, das nicht äquivalent zu P ist. [Gefragt sind konkrete Zahlen!]
- (c) Ist der Markt arbitrage-frei? Ist er vollständig? [Kurze Begründung!]
- (d) Ermitteln Sie den Superhedging-Preis für eine Put-Option mit Fälligkeit 1 und Strike $4/5$.