

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Finanzmathematik 1: Diskrete Modelle
(Vorlesungsprüfung IV)
29. Februar 2016
Paul Krühner

(Dauer 90 Minuten, Erlaubte Hilfsmittel: Schreibutensilien, nicht programmierbarer Taschenrechner, 1 selbstbeschriebenes A4 Blatt (beidseitig))

Anmeldung zur mündlichen Prüfung nach Absprache

Bsp.	Max.	Punkte
1	8	
2	2	
3	6	
4	4	
Σ	20	

Für die gesamte Klausur sei $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_n)_{n \in \mathbb{N}}, P)$ ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum mit $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$.

1. Sei (S_0, S_1, S_2) ein Binomialmodell mit $N = 2$ Handelsperioden, Parametern $u = 0.122$, $d = -0.184$, $r = 0.02$, $S_0^1 = 100$, $P(\Delta S_1 = u) = 1/2 = P(\Delta S_2 = u)$ und $\Delta S_1, \Delta S_2$ P -unabhängig.

(i) Zeichnen Sie einen geeigneten Binomialgraphen oder Binomialbaum. (2 Pkt.)

(ii) Bestimmen Sie den arbitragefreien Anfangspreis C_0 einer up-and-out Put-Option auf das erste Wertpapier mit Barriere $B = 104,04$ und strike $K = 130,05$, d.h. (2 Pkt.)

$$C_2 = 1_{\{S_n < B \mid n=0,1,2\}}(K - S_1^2)^+$$

(iii) Finden Sie eine Handelsstrategie φ mit $V_n(\varphi) = C_n$ für $n = 0, 1, 2$. (2 Pkt.)

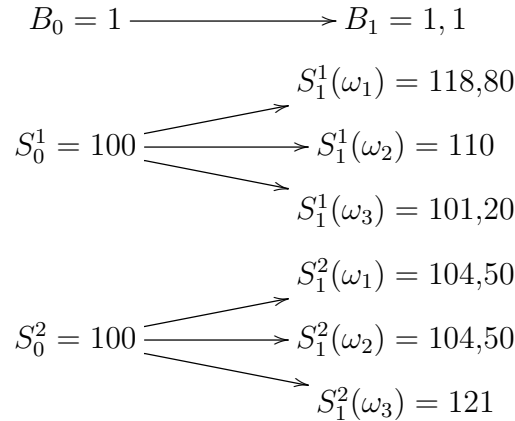
(iv) Bestimmen Sie den historischen Erwartungswert $E_P[\hat{C}_2]$ der diskontierten Option. (2 Pkt.)

Hinweis: Es ist $\hat{u} := \frac{u-r}{1+r} = 0,1$ und $\hat{d} := \frac{d-r}{1+r} = -0,2$ als auch $100 \cdot (1,02)^2 = 104,04$, $100 \cdot 1,02 = 102$, $125 \cdot 1,02 = 127,5$ und $125 \cdot (1,02)^2 = 130,05$.

2. Es sei (S_0, \dots, S_N) ein N -Perioden-Modell und $Q \approx P$ ein Martingalmaß. Zeigen Sie ohne Benutzung der Fundamentalsätze, dass keine beschränkte Arbitrage existiert.

(2 Pkt.)

3. Betrachten Sie das folgende 1-Perioden-Modell (S_0, S_1) mit einem risikolosen Wertpapier $B = S^0 = (1, 1)$ und zwei riskanten Finanzgütern S^1, S^2 . Dabei sei $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{F}_1 = \sigma(S_1) = \mathcal{P}(\Omega)$ und $P(\{\omega_i\}) = \frac{1}{3}$ für $i = 1, \dots, 3$ und die Preisentwicklung durch den folgenden Graph beschrieben.



- (i) Bestimmen sie alle Martingalmaße. (Auch die, die nicht äquivalent zu P sind). (2 Pkt.)
- (ii) Ist der Markt arbitragefrei? Ist der Markt vollständig? (2 Pkt.)
- (iii) Es sei C eine spread Option auf die ersten beiden Wertpapiere, d.h. $C_1 = (S_1^1 - S_1^2)^+$. Finden Sie den varianzoptimalen Hedge bezüglich P . (2 Pkt.)
4. Eine Reederei verkauft ein Schiff für €101.000.000 welches in einem Jahr geliefert und bezahlt werden soll. Die Reederei wendet sich an eine Bank und fragt an, ob sie €96.000.000 jetzt für die €101.000.000 in einem Jahr bekommen kann.
- Die Bank kann einen Kredit aufnehmen, welcher unabhängig von der Laufzeit 1% Zinsen im Jahr kostet oder zu diesem Zinssatz Geld verleihen. Außerdem ist die Reederei ein börsennotiertes Aktienunternehmen und ihre Aktien können in beliebiger Stückzahl gekauft und verkauft werden. Der momentane Kurs liegt bei €1,00.
- Der Bank ist bekannt, dass im Falle der Zahlungsunfähigkeit der Reederei der Aktienkurs auf €0,01 fallen wird. Europäische Put- bzw. Call-Optionen mit Laufzeit von einem Jahr und Basispreis €1 auf die Rederei können momentan für €0,02 bzw. €0,43 gekauft werden.
- Sollte die Bank das Angebot annehmen? Begründen Sie Ihre Antwort in dem Sie angeben was die Bank machen muss, welche Position daraus für die Bank nach zwei Jahren resultiert und wie diese Position zu bewerten ist. (4 Pkt.)