

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Finanzmathematik 1: Diskrete Modelle
(Vorlesungsprüfung II)
9. Oktober 2015
Paul Krühner

(Dauer 90 Minuten, Erlaubte Hilfsmittel: Schreibutensilien, nicht programmierbarer Taschenrechner, 1 selbstbeschriebenes A4 Blatt (beidseitig))

Anmeldung zur mündlichen Prüfung nach Absprache

Bsp.	Max.	Punkte
1	8	
2	2	
3	6	
4	4	
Σ	20	

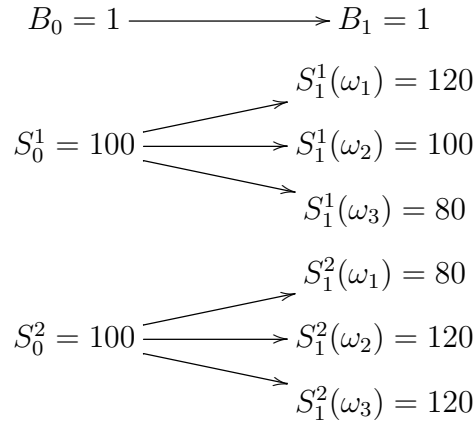
Für die gesamte Klausur sei $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_n)_{n \in \mathbb{N}}, P)$ ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum mit $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$.

1. Sei (S_0, S_1, S_2) ein Binomialmodell mit $N = 2$ Handelsperioden, Parametern $u = 0,26$, $d = -0,16$, $r = 0,05$ und $S_0^1 = 100$.
 - (i) Zeichnen Sie einen geeigneten Binomialgraphen oder Binomialbaum. (2 Pkt.)
 - (ii) Bestimmen Sie den Anfangspreis einer amerikanischen Call-Option auf das riskante Wertpapier mit Basispreis von $K = 101,43$ und letztem Ausübungszeitpunkt bei 2. (2 Pkt.)
 - (iii) Finden Sie eine billigste Superhedgingstrategie für die amerikanische Call-Option. (2 Pkt.)
 - (iv) Finden Sie nun eine Duplikationsstrategie für eine europäische Call-Option auf das riskante Wertpapier mit gleichem Basispreis wie die amerikanische Option und Ausübungszeitpunkt 2. (2 Pkt.)

Hinweis: Es ist $\hat{u} := \frac{u-r}{1+r} = 0,2$ und $\hat{d} := \frac{d-r}{1+r} = -0,2$ als auch $92 \cdot (1,05)^2 = 101,43$ und $92 \cdot 1,05 = 96,60$.

2. Es sei (S_0, \dots, S_N) ein arbitragefreies N -Perioden-Modell. Weiter seien φ, ψ beschränkte selbstfinanzierende Handelsstrategien mit $V_N(\varphi) \geq V_N(\psi)$. Zeigen Sie, dass $V_n(\varphi) \geq V_n(\psi)$ für alle $n = 0, \dots, N$ gilt. (2 Pkt.)

3. Betrachten Sie das folgende 1-Perioden-Modell (S_0, S_1) mit einem risikolosen Wertpapier $B = S^0 = (1, 1)$ und zwei riskanten Finanzgütern S^1, S^2 . Dabei sei $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{F}_1 = \sigma(S_1) = \mathcal{P}(\Omega)$ und $P(\{\omega_i\}) = \frac{1}{3}$ für $i = 1, \dots, 3$ und die Preisentwicklung durch den folgenden Graph beschrieben.



- (i) Bestimmen sie alle Martingalmaße. (Auch die, die nicht äquivalent zu P sind). (2 Pkt.)
- (ii) Ist der Markt arbitragefrei? Falls nein, finden Sie eine Arbitrage. (2 Pkt.)
- (iii) Sei nun C eine europäische Call-Option auf das erste Wertpapier S^1 mit Basispreis $K = 100$, Fälligkeit $N = 1$ und Q das Martingalmaß. Ist C duplizierbar bezüglich dem Maß Q ? (2 Pkt.)
4. Eine Reederei verkauft ein Schiff für €101.000.000 welches in einem Jahr geliefert und bezahlt werden soll. Die Reederei wendet sich an eine Bank und fragt an, ob sie €96.000.000 jetzt für die €101.000.000 in einem Jahr bekommen kann.
- Die Bank kann einen Kredit aufnehmen, welcher unabhängig von der Laufzeit 1% Zinsen im Jahr kostet oder zu diesem Zinssatz Geld verleihen. Außerdem ist die Reederei ein börsennotiertes Aktienunternehmen und ihre Aktien können in beliebiger Stückzahl gekauft und verkauft werden. Der momentane Kurs liegt bei €1,00.
- Der Bank ist bekannt, dass im Falle der Zahlungsunfähigkeit der Reederei der Aktienkurs auf €0,01 fallen wird. Europäische Put- bzw. Call-Optionen mit Laufzeit von einem Jahr und Basispreis €1 auf die Rederei können momentan für €0,02 bzw. €0,43 gekauft werden.
- Sollte die Bank das Angebot annehmen? Begründen Sie Ihre Antwort in dem Sie angeben was die Bank machen muss, welche Position daraus für die Bank nach zwei Jahren resultiert und wie diese Position zu bewerten ist. (4 Pkt.)